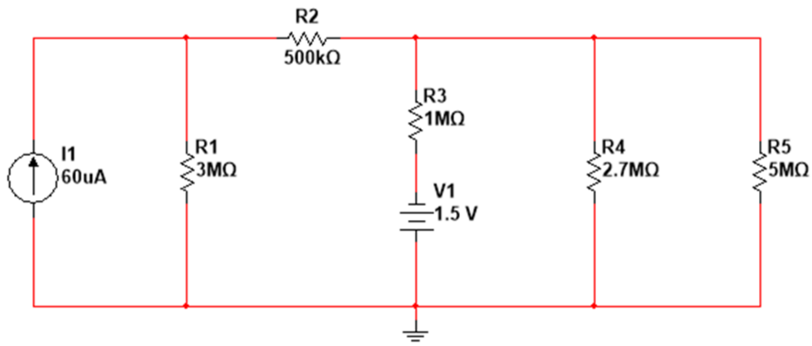
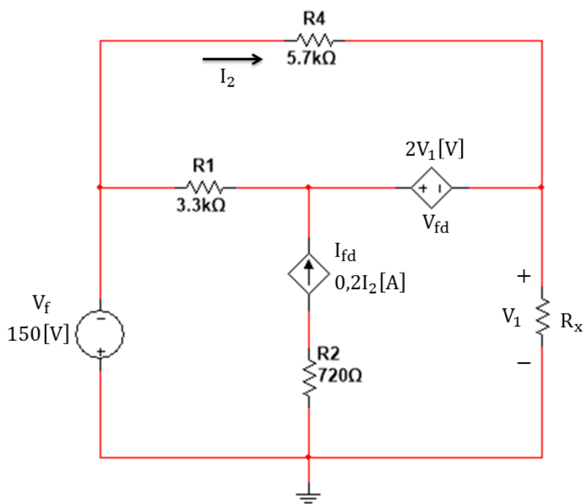
1. <u>Superposición:</u> Utilizando el principio de Superposición, determine la potencia que disipa la resistencia de 500[kΩ]



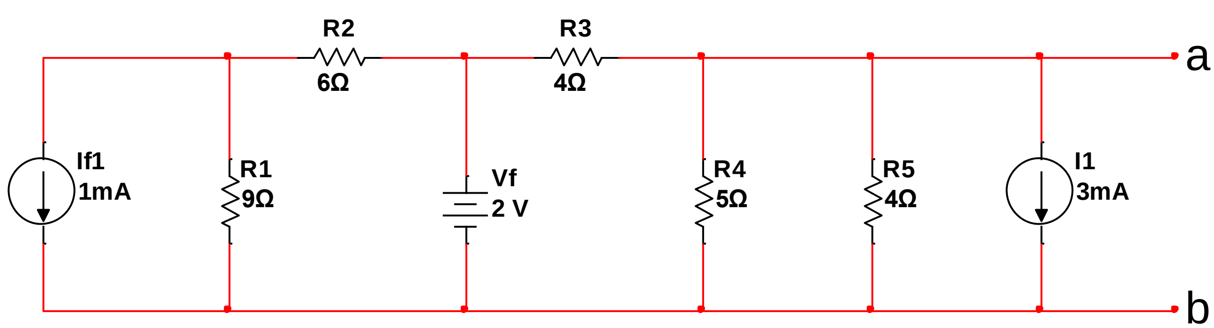
- **a. Definir la polaridad y determinar la tensión en la resistencia de 500[kΩ] (5 puntos)**
- **b. Definir el sentido y determinar la corriente en la resistencia de 500[kΩ]. (5 puntos)**
- **c. Potencia en convención pasiva de los signos en la resistencia de 500[kΩ]. (7 puntos)**

2. <u>Equivalente de Thevenin y Máxima Transferencia de Potencia:</u> Aplicando los conceptos de Equivalentes de Thevenin y Máxima transferencia de potencia se pide:



- **a. Determinar el valor de Rx que genere el mayor consumo de potencia en dicha resistencia. (10 puntos)**
- **b. ¿Cuál es la reducción de la potencia consumida por Rx, si su resistencia cambia del valor encontrado en el literal anterior al doble de dicho valor? (7 puntos)**

3. <u>Transformación de Fuentes:</u>



a. Reducir el circuito a un equivalente visto desde las terminales a-b compuesto por una fuente de corriente en paralelo con una resistencia. (17 puntos)

Solución Primer Punto-Superposición

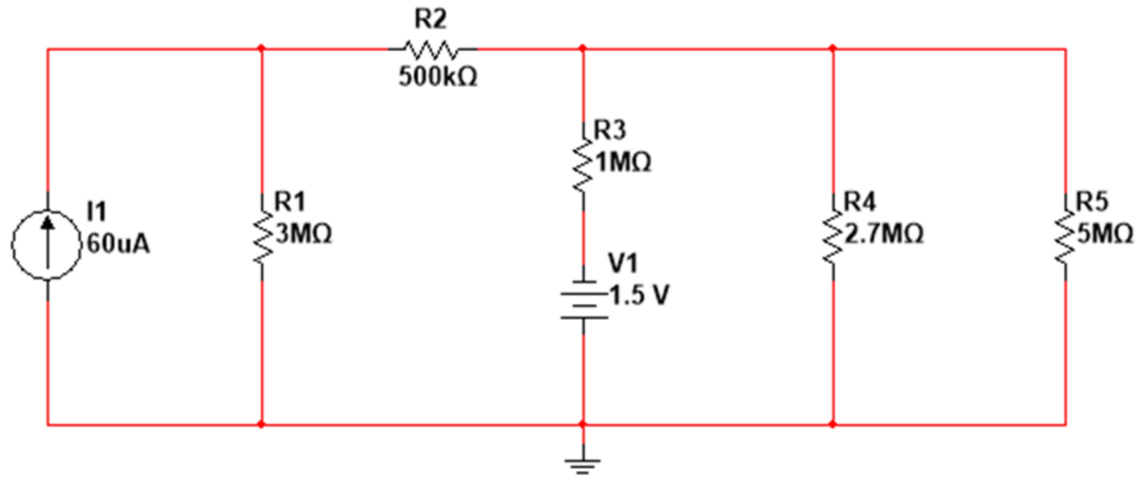


Figura 1. Circuito-Primer Punto

Antes de iniciar a aplicar la técnica de Superposición, tal como lo pide el problema se debe asignar un sentido a la corriente que circulará a través de la resistencia de $500[\mathrm{k\Omega}]$ y una polaridad para la tensión en dicha resistencia, cabe resaltar que inicialmente ese sentido será arbitrario, pero el sentido real de la corriente nos lo dará el signo del resultado encontrado para la variable que se definió inicialmente.

La Figura 2 muestra el circuito original con un sentido arbitrario para la corriente y una polaridad que nos permitirá cumplir la ley pasiva de signos.

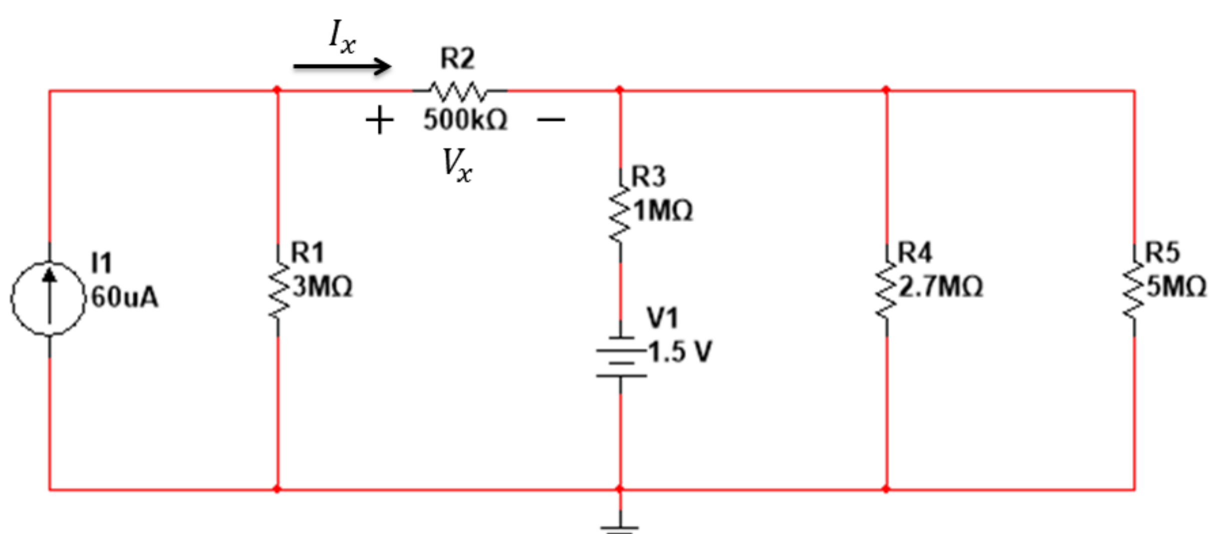


Figura 2. Circuito Primer Punto-Asignación de sentido para Ix y polaridad para Vx”

Una vez se han definido el sentido para la corriente Ix y polaridad para la tensión Vx, se procede a aplicar la técnica de Superposición, y para ello es necesario identificar cuantas fuentes independientes sean de corriente o tensión tiene el circuito, con el fin de determinar cuántos aportes se considerarán para cada variable en específico.

Como se puede observar en la Figura 1, el circuito cuenta con 2 fuente independientes, de las cuales una de ellas es una fuente de tensión y la otra es una fuente de corriente, por lo tanto, si se cuenta con dos fuentes independientes se contará con dos aportes que proporcionaran cada fuente a las variables Vx e Ix.

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente se procede a definir las variables Vx e Ix en términos de los aportes que proporcionaran cada una de las fuentes del circuito, si estas se analizan por separado.

$$\mathrm{V_x} = \mathrm{V_x}' + \mathrm{V_x}''$$

$$\mathrm{I_x} = \mathrm{I_x}' + \mathrm{I_x}''$$

Donde $\mathrm{V_x}'$ e $\mathrm{I_x}'$ son el aporte debido a la fuente de corriente $I_f = 60[\mu A]$, y $\mathrm{V_x}''$ e $\mathrm{I_x}''$ son aporte debido a la fuente de tensión $V_1 = 1{,}5[V]$, sin olvidar que para determinar el aporte que cada una de las fuentes a las variables Vx e Ix se debe analizar el circuito manteniendo activa solo la fuente correspondiente al aporte a determinar.

Por lo tanto, si se desea determinar el aporte debido a la fuente de corriente $I_f = 60[\mu A]$, es necesario inactivar la fuente de tensión $V_1 = 1{,}5[V]$.

$$\mathrm{V_x} = \mathrm{V_x}' + \mathrm{V_x}'' \quad \rightarrow \quad \mathrm{Si} \quad \mathrm{V_1} = 0[\mathrm{V}] \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_x} = \mathrm{V_x}'$$

$$\mathrm{I_x} = \mathrm{I_x}' + \mathrm{I_x}'' \quad \rightarrow \quad \mathrm{Si} \quad \mathrm{V_1} = 0[\mathrm{V}] \quad \rightarrow \quad \mathrm{I_x} = \mathrm{I_x}'$$

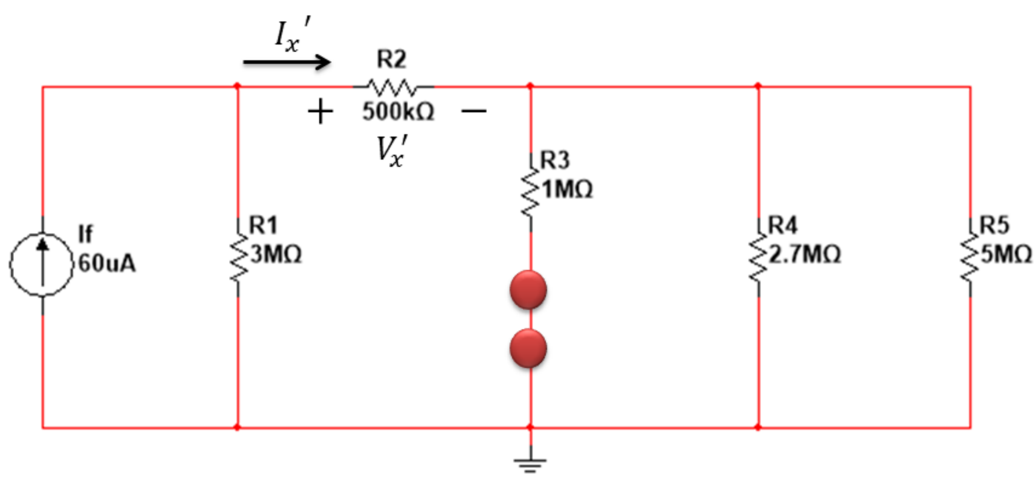


Figura 3. Circuito equivalente con la fuente V1 inactiva

Como se puede observar en el circuito de la Figura 3 se puede realizar algunas transformaciones, de tal forma que el circuito equivalente sea mucho más sencillo de resolver.

La primera transformación que se puede realizar es encontrar una resistencia equivalente con R3, R4 y R5, las cuales se encuentran conectadas en paralelo, pues estas se encuentran conectadas al mismo par de Nodos

$$\mathrm{R_{eq1}} = \mathrm{R_3}||\mathrm{R_4}||\mathrm{R_5} \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

Para el cálculo de $\mathrm{R_{eq4}}$ se hora uso del concepto de conductancia para simplificar los cálculos

$$\mathrm{R_{eq1}} = \frac{1}{\frac{1}{\mathrm{R_3}} + \frac{1}{\mathrm{R_4}} + \frac{1}{\mathrm{R_5}}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener $\mathrm{R_{eq1}}$

$\mathrm{R_3} = 1[\mathrm{M\Omega}]$, $\mathrm{R_4} = 2{,}7[\mathrm{M\Omega}]$ y $\mathrm{R_5} = 5[\mathrm{M\Omega}]$

$$\mathrm{R_{eq1}} = \frac{1}{\frac{1}{1[\mathrm{M\Omega}]} + \frac{1}{2{,}7[\mathrm{M\Omega}]} + \frac{1}{5[\mathrm{M\Omega}]}} \rightarrow \mathrm{R_{eq1}} = \frac{135}{212}[\mathrm{M\Omega}]$$

Una vez calculado el valor de $\mathrm{R_{eq1}} = \frac{135}{212}[\mathrm{M\Omega}]$, se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción.

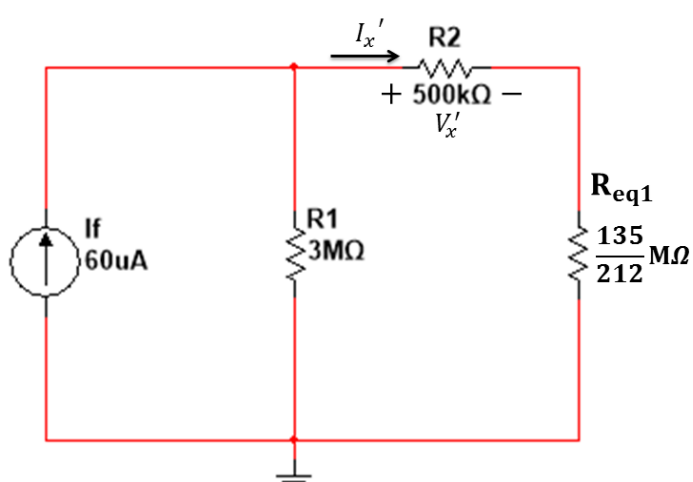


Figura 4. Primer aporte-Circuito equivalente con Req1

Una segunda transformación que se podría realizar seria encontrar una resistencia equivalente entre R2 y Req1, las cuales se encuentran conectadas en serie, pues por ellas circula la misma corriente $I_x{}'$

$$R_{eq2} = R_{eq1} - -R_2 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (--) \textbf{ Indica elementos conectados en serie}\text{"}$$

$$R_{eq2} = R_{eq1} + R_2$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq2}

$$R_{eq1} = \frac{135}{212}[M\Omega] \qquad y \qquad R_2 = 500[k\Omega] = 0{,}5[M\Omega]$$

$$R_{eq2} = R_{eq1} + R_2 \quad \rightarrow \quad R_{eq2} = \frac{135}{212}[M\Omega] + 0{,}5[M\Omega] \quad \rightarrow \quad R_{eq2} = \frac{241}{212}[M\Omega]$$

Una vez calculado el valor de $R_{eq2} = \frac{241}{212}[M\Omega]$, se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción.

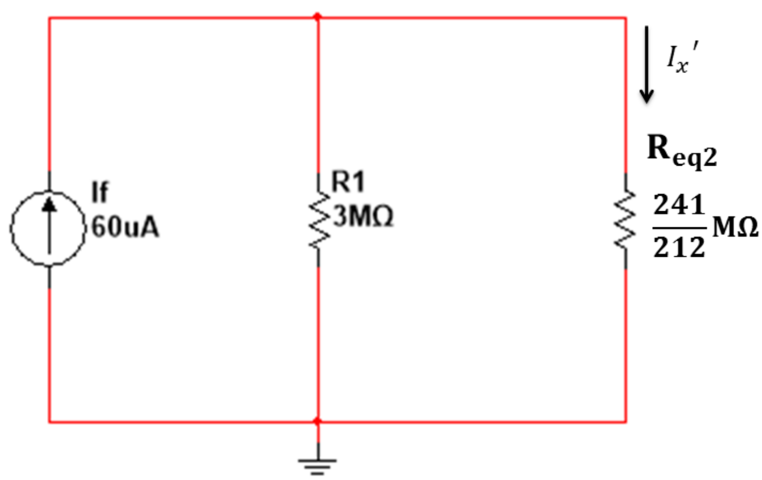


Figura 5. Primer aporte-Circuito equivalente con Req2

Para el circuito de la Figura 5, realizamos un Divisor de Corriente en la Resistencia $\mathrm{R_{eq2}}$

$$\mathrm{I_x}' = \mathrm{I_f} * \frac{\mathrm{R_1}}{\mathrm{R_1} + \mathrm{R_{eq2}}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener $\mathrm{I_x}'$

$\mathrm{I_f} = 60[\mu\mathrm{A}]$, $\mathrm{R_1} = 3[\mathrm{M}\Omega]$ y $\mathrm{R_{eq2}} = \frac{241}{212}[\mathrm{M}\Omega]$

$$\mathrm{I_x}' = \mathrm{I_f} * \frac{\mathrm{R_1}}{\mathrm{R_1} + \mathrm{R_{eq2}}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{I_x}' = 60[\mu\mathrm{A}] * \frac{3[\mathrm{M}\Omega]}{3[\mathrm{M}\Omega] + \frac{241}{212}[\mathrm{M}\Omega]} \quad \rightarrow \quad \mathrm{I_x}' = 60[\mu\mathrm{A}] * \frac{636}{877}$$

$$\mathrm{I_x}' = \frac{477}{10962500}[\mathrm{A}] \approx 43{,}512[\mu\mathrm{A}]$$

Una vez determinado la corriente $\mathrm{I_x}'$ se puede regresar al circuito de la Figura 4 para calcular la tensión $\mathrm{V_x}'$

Aplicando la ley de ohm $\mathrm{V_x}' = \mathrm{I_x}' * \mathrm{R_2}$

Donde $\mathrm{I_x}' = \frac{477}{10962500}[\mathrm{A}]$ y $\mathrm{R_2} = 500[\mathrm{k}\Omega]$

$$\mathrm{V_x}' = \mathrm{I_x}' * \mathrm{R_2} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_x}' = \frac{477}{10962500}[\mathrm{A}] * 500\mathrm{x}10^3[\Omega] \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_x}' = \frac{19080}{877} \approx 21{,}756[\mathrm{V}]$$

Una vez determinado el aporte debido a la fuente de corriente $I_f = 60[\mu A]$, se procede a determinar el aporte debido a la fuente de tensión $V_1 = 1{,}5[V]$, para ello es necesario inactivar la fuente de corriente $I_f = 60[\mu A]$.

$$V_x = V_x' + V_x'' \quad \rightarrow \quad \text{Si} \quad I_f = 0[A] \quad \rightarrow \quad V_x = V_x''$$

$$I_x = I_x' + I_x'' \quad \rightarrow \quad \text{Si} \quad I_f = 0[A] \quad \rightarrow \quad I_x = I_x''$$

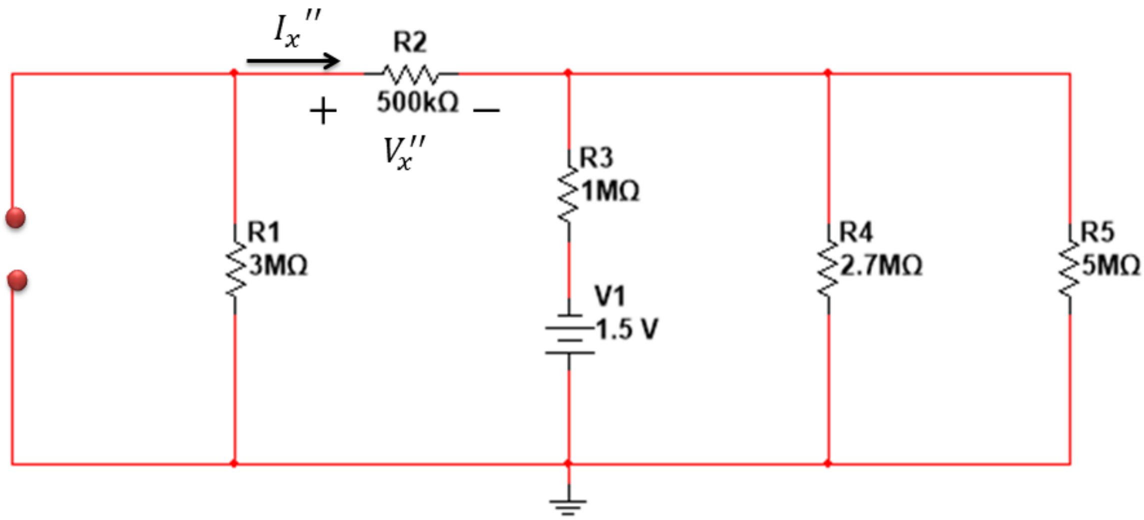


Figura 6. Circuito equivalente con la fuente If inactiva

Como se puede observar en el circuito de la Figura 6 se puede realizar algunas transformaciones, de tal forma que el circuito equivalente sea mucho más sencillo de resolver.

La primera transformación que se puede realizar es encontrar una resistencia equivalente con R4 y R5, las cuales se encuentran conectadas en paralelo, pues estas se encuentran conectadas al mismo par de Nodos.

$$R_{eq1} = R_4 || R_5 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

Para el cálculo de R_{eq1} se hora uso del concepto de conductancia para simplificar los cálculos

$$R_{eq1} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq1}

$R_4 = 2{,}7[M\Omega] \quad y \quad R_5 = 5[M\Omega]$

$$\mathrm{R_{eq1}} = \frac{1}{\frac{1}{2{,}7[\mathrm{M\Omega}]} + \frac{1}{5[\mathrm{M\Omega}]}} \rightarrow \mathrm{R_{eq1}} = \frac{135}{77}[\mathrm{M\Omega}]$$

Una vez calculado el valor de $\mathrm{R_{eq2}} = \frac{135}{77}[\mathrm{M\Omega}]$, se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción.

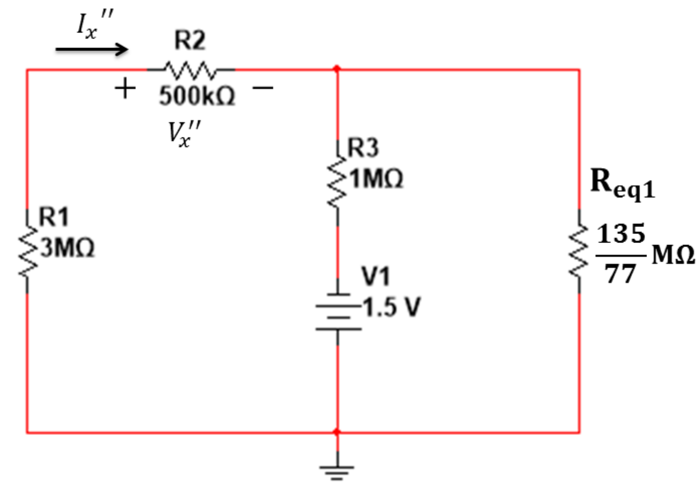


Figura 7. Segundo aporte-Circuito equivalente con Req1-

Una segunda transformación que se podría realizar seria encontrar una resistencia equivalente entre R1 y R2, las cuales se encuentran conectadas en serie, pues por ellas circula la misma corriente $\mathrm{I_x}'$

$$\mathrm{R_{eq2}} = \mathrm{R_1} - -\mathrm{R_2} \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (--) \textbf{ Indica elementos conectados en serie}\text{"}$$

$$\mathrm{R_{eq2}} = \mathrm{R_1} + \mathrm{R_2}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener $\mathrm{R_{eq2}}$

$\mathrm{R_1} = 3[\mathrm{M\Omega}]$ y $\mathrm{R_2} = 500[\mathrm{k\Omega}] = 0{,}5[\mathrm{M\Omega}]$

$$\mathrm{R_{eq2}} = \mathrm{R_{eq1}} + \mathrm{R_2} \rightarrow \mathrm{R_{eq2}} = 3[\mathrm{M\Omega}] + 0{,}5[\mathrm{M\Omega}] \rightarrow \mathrm{R_{eq2}} = 3{,}5[\mathrm{M\Omega}]$$

Una vez calculado el valor de $R_{eq2} = 3{,}5[M\Omega]$ se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción.

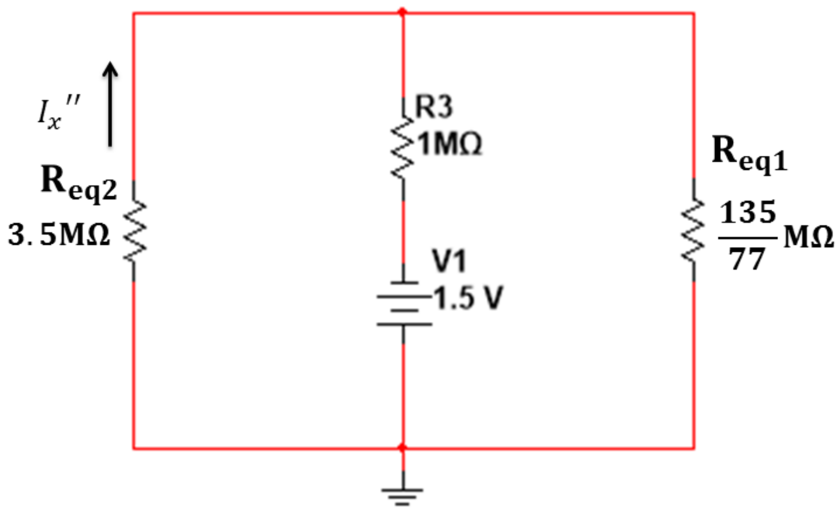


Figura 8. Segundo aporte-Circuito equivalente con Req2

Para el circuito de la Figura 8 es posible realizar una transformación de fuentes prácticas, tal como se muestra a continuación

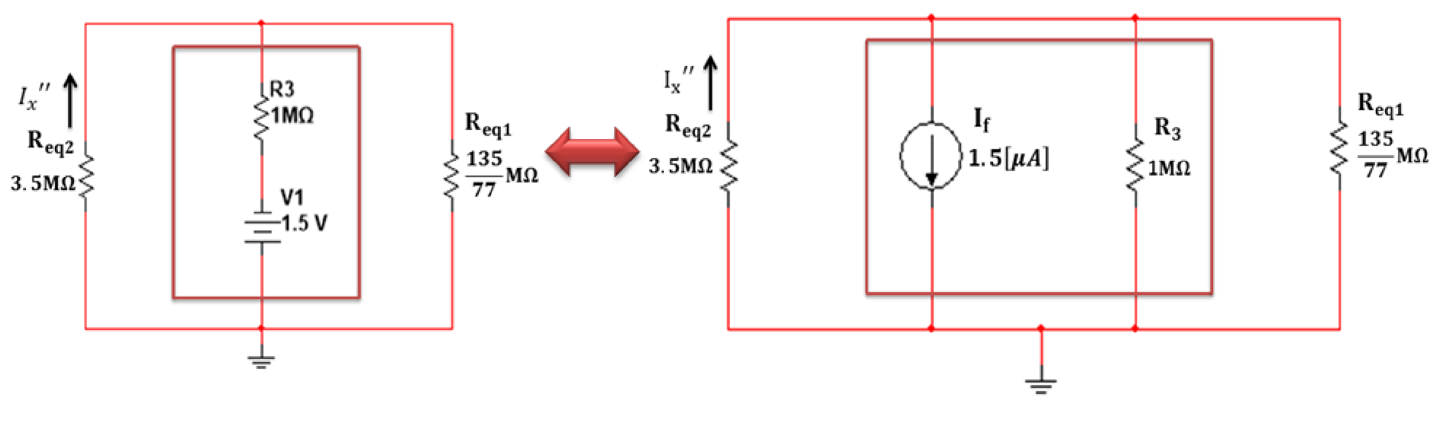


Figura 9. Transformación de fuentes-Circuito equivalente-

Para el circuito de la Figura 9, se realiza un Divisor de Corriente en la Resistencia R_{eq2}, teniendo en cuenta que el divisor de va a aplicar haciendo uso del concepto de conductancia.

$$I_x'' = I_f * \frac{\frac{1}{R_{eq2}}}{\frac{1}{R_{eq1}} + \frac{1}{R_{eq2}} + \frac{1}{R_3}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener I_x''

$I_f = 1{,}5[\mu A]$ $\quad R_{eq1} = \frac{135}{77}[M\Omega]$ $\quad R_{eq2} = 3{,}5[M\Omega]$ $\quad R_3 = 1[M\Omega]$

$$I_x'' = I_f * \frac{\frac{1}{R_{eq2}}}{\frac{1}{R_{eq1}} + \frac{1}{R_{eq2}} + \frac{1}{R_3}} \quad \rightarrow \quad I_x'' = 1{,}5[\mu A] * \frac{\frac{1}{3{,}5[M\Omega]}}{\frac{1}{\frac{135}{77}[M\Omega]} + \frac{1}{3{,}5[M\Omega]} + \frac{1}{1[M\Omega]}}$$

$$I_x'' = \frac{81}{350800000}[A] \approx 230{,}901[nA]$$

Una vez determinado la corriente I_x'' se regresa al circuito de la Figura 7, para calcular la tensión V_x''

Aplicando la ley de ohm $\quad V_x'' = I_x'' * R_2$

Donde $\quad I_x'' = \frac{81}{350800000}[A] \quad$ y $\quad R_2 = 500[k\Omega]$

$$V_x'' = I_x'' * R_2 \quad \rightarrow \quad V_x'' = \frac{81}{350800000}[A] * 500x10^3[\Omega] \quad \rightarrow \quad V_x'' = \frac{405}{3508}[V] \approx 115{,}45[mV]$$

Una vez se ha determinado el aporte debido a la fuente de corriente es posible reconstruir el valor de Vx e Ix reales tal como se mostrará a continuación.

Para ello se debe recordar que:

$$V_x = V_x' + V_x'' \qquad\qquad I_x = I_x' + I_x''$$

Por lo tanto, se procede a reemplazar los valores encontrados anteriormente para determinar los valores reales de Vx e Ix

Para Vx $\quad V_x' = \frac{19080}{877} \approx 21{,}756[\mathrm{V}] \qquad V_x'' = \frac{405}{3508}[\mathrm{V}] \approx 115{,}45[\mathrm{mV}]$

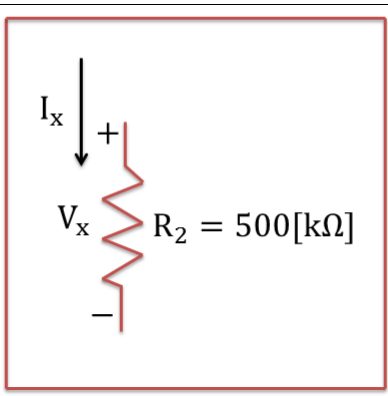
$$V_x = V_x' + V_x'' \quad \rightarrow \quad V_x = \frac{19080}{877}[\mathrm{V}] + \frac{405}{3508}[\mathrm{V}] \quad \rightarrow \quad V_x = \frac{76725}{3508} \approx 21{,}871[\mathrm{V}]$$

Para Ix $\quad I_x' = \frac{477}{10962500}[\mathrm{A}] \qquad I_x'' = \frac{81}{350800000}[\mathrm{A}]$

$$I_x = I_x' + I_x'' \quad \rightarrow \quad I_x = \frac{477}{10962500}[\mathrm{A}] + \frac{81}{350800000}[\mathrm{A}] \quad \rightarrow \quad I_x = \frac{3069}{70160000}[\mathrm{A}] \approx 43{,}743[\mu\mathrm{A}]$$

Finalmente, el ejercicio pide que se calcule el valor de la potencia en la resistencia R2 en ley pasiva de signos para ello se hará uso de la ley de watt, y el procedimiento se muestra a continuación.

Potencia Consumida Por R2



$$\boxed{P_{C_{R2}} = \frac{9418761}{9844851200}[\mathrm{W}]}$$

Teniendo en cuenta la ley de Watt calculamos la potencia consumida por R2

$$P_{C_{R2}} = V_x * I_x$$

$$\text{Donde} \rightarrow \quad V_x = \frac{76725}{3508}[\mathrm{V}] \qquad I_x = \frac{3069}{70160000}[\mathrm{A}]$$

$$P_{C_{R2}} = V_x * I_x \quad \rightarrow \quad P_{C_{R2}} = \frac{76725}{3508}[\mathrm{V}] * \frac{3069}{70160000}[\mathrm{A}]$$

Los resultados obtenidos manualmente para dar solución al problema propuesto pueden ser igualmente verificados mediante una simulación en un software capaz de simular circuitos en corriente continua, para efectos de las soluciones que se proponen en este documento el simulador que se utilizara es Multisim 12.

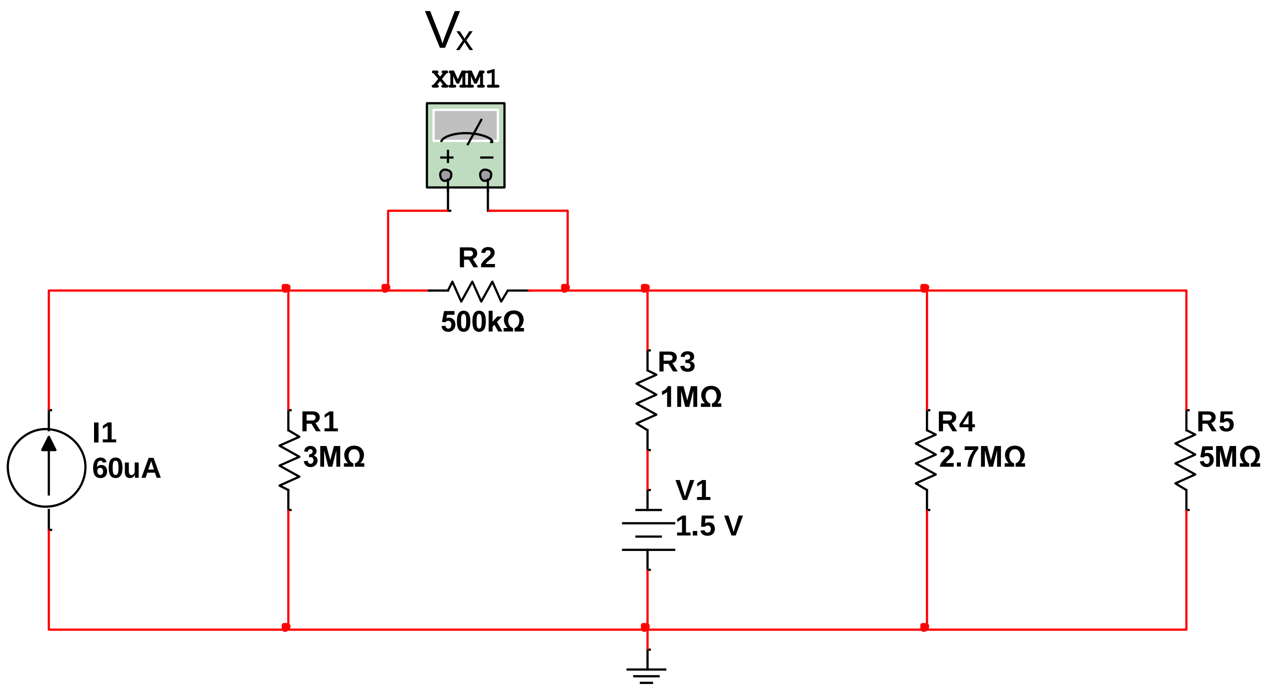
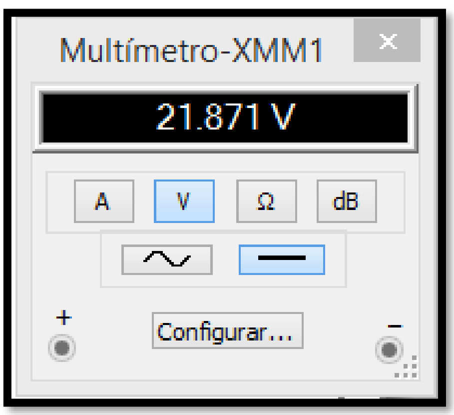


Ilustración 1. Lectura de V_x en Multisim 12



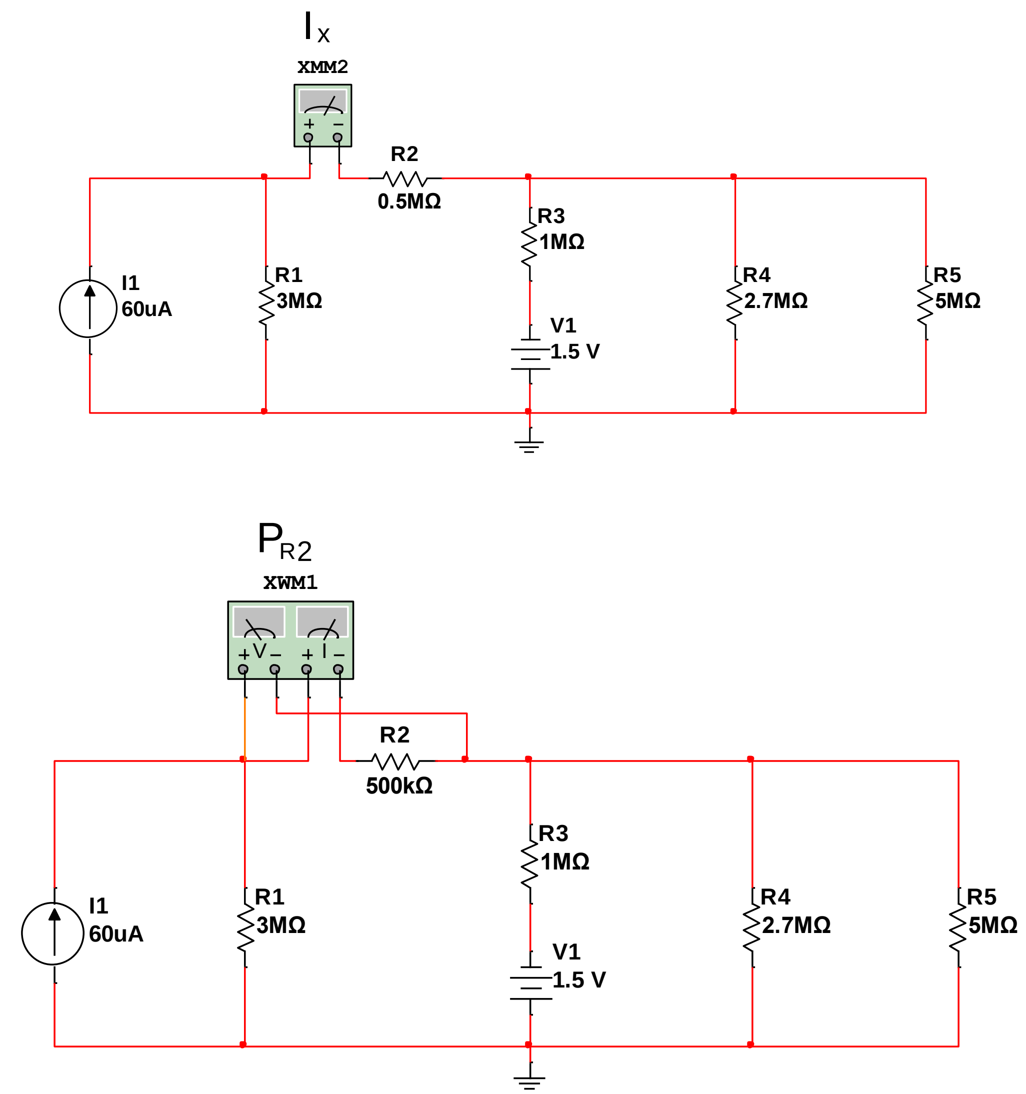
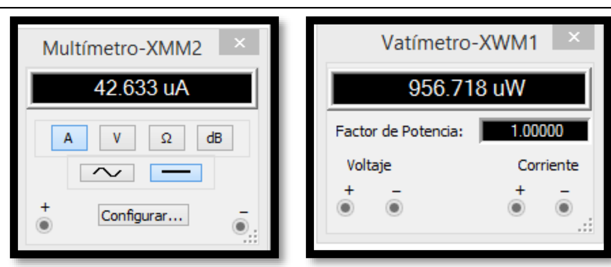


Ilustración 2. Lectura de I_x y P_{R2} en Multisim 12



Nota importante

Debemos tener en cuenta que las simulaciones realizadas en Multisim 12 involucran equipos de medidas ideales, es decir Voltímetros con Resistencias Infinitas y Amperímetros con Resistencias Cero, esto con el fin de que las resistencias internas de estos equipos no afecten la medida, y por ende obtener resultados iguales a los obtenidos en el desarrollo analítico.

Solución Segundo Punto-Equivalente de Thevenin y Máxima Transferencia de Potencia

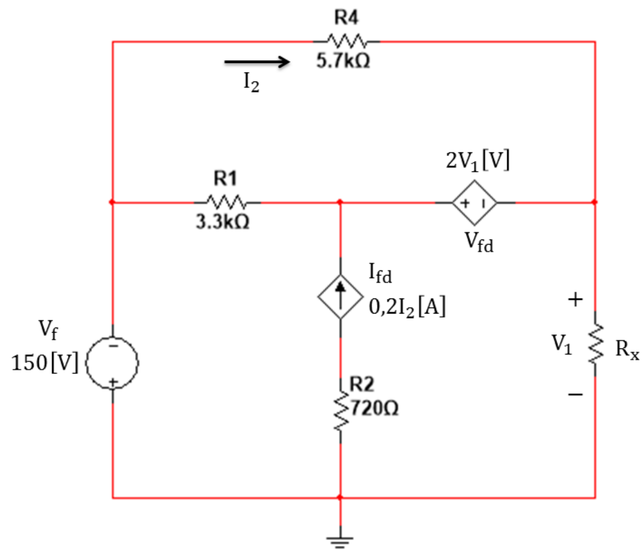


Figura 10. Circuito-Segundo Punto

Es importante recordar que para la construcción de un Equivalente de Thevenin se requiere de dos componentes **Vth** y **Rth**.

Para este caso en específico el cálculo de **Vth** se realizará mediante Análisis de Mallas, pero antes de proceder con el método de mallas es necesario generar las terminales a y b desde donde se verá el Equivalente de Thévenin, por lo tanto, se debe retirar la resistencia de carga Rx tal como se puede observar en el circuito de la Figura 11.

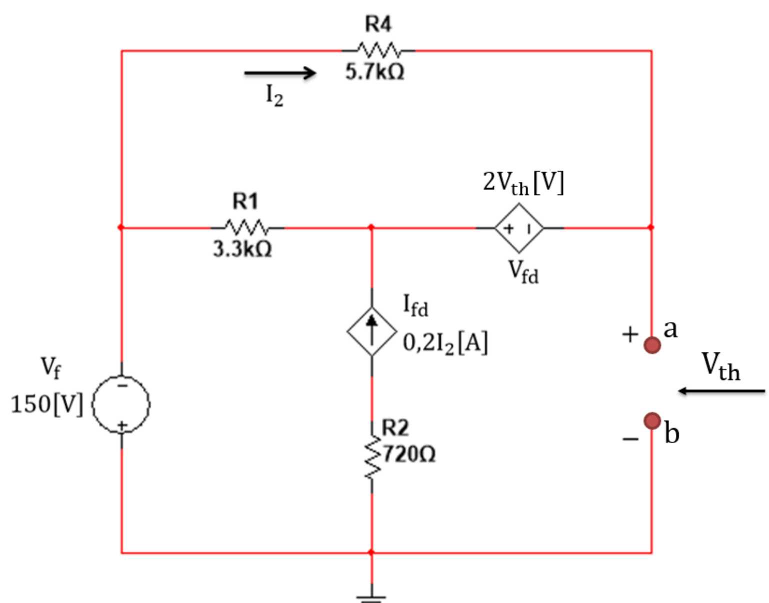


Figura 10. Circuito-Segundo Punto-Tensión de Thévenin

Nota Importante: cómo se puede observar en el circuito de la Figura 10 la tensión V1 ha sido sustituida por Vth en la fuente de tensión dependiente, teniendo en cuenta que:

$$V_1 = V_{th}$$

Para aplicar la técnica de mallas se procede a asignar un sentido arbitrario a las corrientes de malla en el circuito mostrado en la Figura 10, para efectos de este documento el sentido arbitrario asignado será dibujar las corrientes de malla en el sentido de las manecillas del reloj tal como se muestra a continuación.

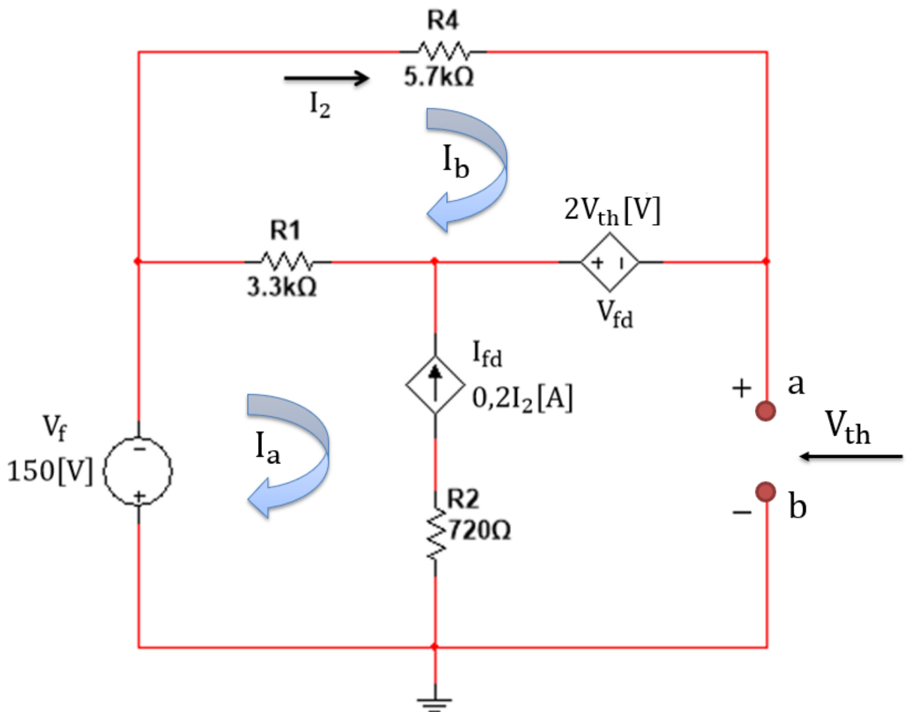


Figura 11. Circuito-Segundo Punto-Solución Para la Tensión de Thévenin

Como se puede apreciar en el circuito de la Figura 11 se han asignado 2 corrientes de malla las cuales ahora serán las incógnitas del problema, por lo tanto, se deberán construir 2 ecuaciones de tal forma que el sistema lineal de ecuaciones tenga una única solución por cada variable desconocida.

Una vez asignados los sentidos a las corrientes de malla en el circuito, el siguiente paso será identificar cuantas fuentes de corriente sean dependientes o independientes tiene el circuito y cuáles de ellas se encuentran en la periferia, es decir son atravesadas por una sola corriente de malla.

Teniendo en cuenta que el circuito cuenta con una sola fuente de corriente dependiente, se procede a realizar el análisis de la misma como se muestra a continuación.

$$I_a = -0{,}2I_2$$

El signo negativo de la ecuación está relacionado con el sentido de la corriente de la fuente, la cual va en sentido contrario al sentido asignado para la malla Ia.

Ahora se debe tener en cuenta que las ecuaciones encontradas deben estar en función de las corrientes de malla, por lo tanto, se va a expresar la corriente I_2 en términos de las corrientes de malla descritas en el circuito.

Analizando el circuito se puede observar que:

$$I_2 = I_b$$

El signo positivo de la ecuación está relacionado con el sentido de la corriente de I_2, la cual va en el mismo al sentido asignado para la malla I_b.

Por lo tanto, se utiliza este resultado para construir la ecuación requerida

$$I_a = -0{,}2\, I_2 \quad \rightarrow \quad I_a = -0{,}2 I_b$$

Finalmente se organiza la ecuación en orden alfabético para darle una mejor presentación.

$$I_a + 0{,}2 I_b = 0 \qquad (1)$$

Como ya se ha analizado las mallas I_a, el siguiente paso será analizar la malla I_b, para obtener la ecuación restante. El procedimiento a seguir será a través de la Ley de Tensiones de Kirchhoff (LTK) tal como se mostrará a continuación.

Se analiza la malla I_b mediante una Ley de Tensiones de Kirchhoff (LTK) $\rightarrow \sum V = 0$

Convención: la malla I_b será recorrida en el sentido de las manecillas del reloj.

Antes de iniciar a recorrer la malla, se debe elegir un punto de partida, y dado que se aplicará una LTK este punto también será el punto de llegada para cumplir con la teoría.

$$V_{R_4} - V_{fd} + V_{R_1} = 0$$

Cabe destacar que la elección del punto de partida también es arbitraria, y por ende esta no afectara el resultado final obtenido.

Dado que las incógnitas del problema son corrientes de malla es necesario transformar las tensiones en términos de las corrientes de malla y la resistencia asociada.

Nota importante: es importante tener en cuenta que, al momento de transformar las tensiones en función de las corrientes de malla y su resistencia asociada, si la resistencia es atravesada por dos corrientes de malla, siempre va a prevalecer la corriente de la malla que se está analizando

Donde

$$V_{R_1} = [R_1 * (I_b - I_a)]\ [V] \qquad V_{R_4} = [R_4 * (I_b)]\ [V] \qquad V_{fd} = 2V_{th}$$

Como se puede observar en el circuito de la Figura 11, para expresar la tensión V_{th} en función de las corrientes de malla es necesario nuevamente aplicar una Ley de Tensiones de Kirchhoff (LTK), buscando un lazo que involucre esta variable se procede de la siguiente manera

Se analiza el lazo externo a I_a mediante una Ley de Tensiones de Kirchhoff (LTK) $\rightarrow \sum V = 0$

Convención: la malla I_b será recorrida en el sentido de las manecillas del reloj.

$$V_{R_1} + V_{f_d} + V_{th} + V_f = 0$$

Donde

$$V_{R_1} = [R_1 * (I_a - I_b)]\ [V] \qquad V_{fd} = 2V_{th}$$

Ahora se sustituyen los valores numéricos del problema para simplificar las expresiones

$R_1 = 3{,}3[k\Omega] \qquad V_f = 150[V]$

$$V_{R_1} + V_{f_d} + V_{th} + V_f = 0 \ \rightarrow \ [(3{,}3x10^3) * (I_a - I_b)][V] + 2V_{th}[V] + V_{th}[V] + 150[V] = 0$$

Ahora se organizan las expresiones para despejar V_{th}

$$3V_{th} = -150 - (3{,}3x10^3) * (I_b - I_a) \ \rightarrow \ V_{th} = \frac{1}{3}(-150 - (3{,}3x10^3) * (I_a - I_b))$$

$$V_{th} = [-50 - (1{,}1x10^3) * (I_a - I_b)][V]$$

Una vez encontrada la expresión que relaciona la tensión V_{th} en función de las corrientes de malla, se procede a sustituir este resultado en la ecuación inicialmente encontrada

$$V_{R_4} - V_{fd} + V_{R_1} = 0$$

Donde

$$V_{R_1} = [R_1 * (I_b - I_a)]\ [V] \qquad V_{R_4} = [R_4 * (I_b)]\ [V] \qquad V_{fd} = 2V_{th}$$

$$[R_4 * (I_b)][V] - 2V_{th} \ + [R_1 * (I_a - I_b)]\ [V] = 0$$

Ahora se sustituyen los valores numéricos del problema para simplificar las expresiones

$R_1 = 3{,}3[k\Omega]$ $\quad R_4 = 5{,}7[k\Omega]$ $\quad V_f = 150[V]$ $\quad V_{th} = [-50 - (1{,}1x10^3) * (I_a - I_b)][V]$

$$[(5{,}7x10^3) * (I_b)][V] - 2([-50 - (1{,}1x10^3) * (I_a - I_b)])[V] \ + [(3{,}3x10^3) * (I_b - I_a)]\ [V] = 0$$

Ahora se deben agrupar los términos que dependan de las corrientes de malla del lado derecho de la igualdad y el resto del lado derecho de la igualdad, pero para ello primero se deben realizar las operaciones de los paréntesis como se muestra a continuación

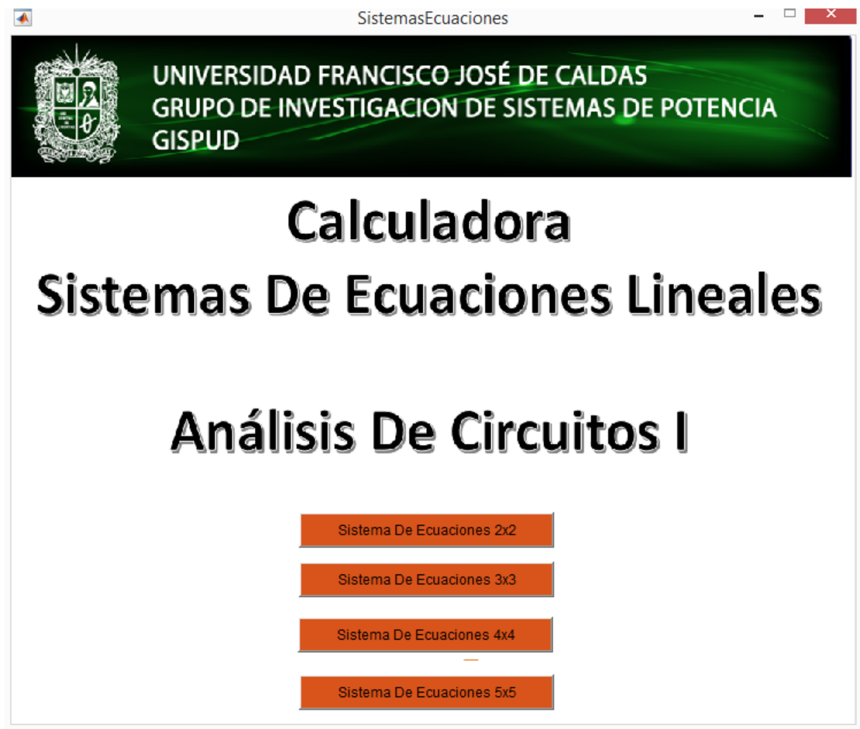
$$(5{,}7x10^3) * (I_b) + 100 + (2{,}2x10^3) * (I_a) - (2{,}2x10^3) * (I_b) + (3{,}3x10^3) * (I_b) - (3{,}3x10^3) * (I_a) = 0$$

$$(2{,}2x10^3 - 3{,}3x10^3) * (I_a) + (5{,}7x10^3 - 2{,}2x10^3 + 3{,}3x10^3) * (I_b) = -100$$

$$(-1{,}1x10^3) * (I_a) + (6{,}8x10^3) * (I_b) = -100 \qquad (2)$$

Una vez encontradas las ecuaciones que conforman un Sistema de Ecuaciones de 2x2, este se resolverá con la ayuda de un software, para efectos de este documento el programa que se utilizará será Matlab con un ejecutable diseñado por el grupo de Investigación en Sistemas de Potencia GISPUD.

Sistema de Ecuaciones Lineales 2x2 $\rightarrow \left\{ \begin{matrix} \mathrm{I_a} + 0{,}2\mathrm{I_b} = 0 \\ -1{,}1\mathrm{x}10^3\mathrm{I_a} + 6{,}8\mathrm{x}10^3\mathrm{I_b} = -100 \end{matrix} \right\}$



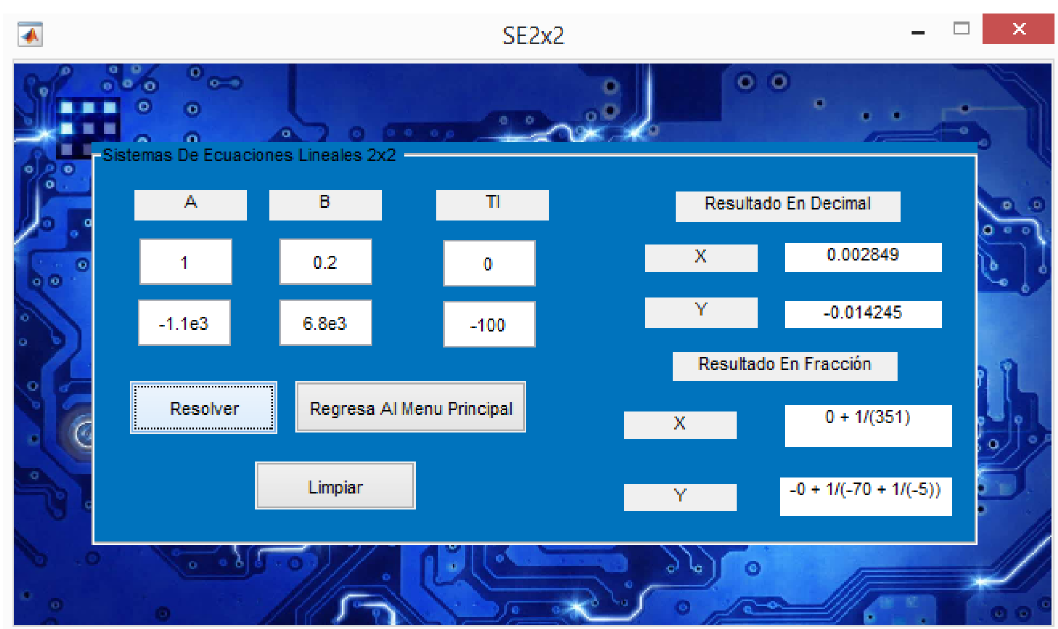


Figura 12. Solución Del Sistema de Ecuaciones Lineales en Matlab (Vth)

Dado que el programa entrega dos resultados uno expresado en su forma decimal y otro en fracción, para este caso en particular se utilizará el resultado en su forma decimal con 6 cifras decimales.

$$I_a = 0{,}002849[A] \qquad\qquad I_b = -0{,}014245[A]$$

Ahora se procede a calcular V_{th} utilizando los resultados obtenidos para I_a e I_b

Se debe recordar que:

$$V_{th} = [-50 - (1{,}1x10^3) * (I_a - I_b)][V] \qquad I_a = 0{,}002849[A] \qquad\qquad I_b = -0{,}014245[A]$$

$$V_{th} = \left[-50 - (1{,}1x10^3) * \left((0{,}002849[A]) - (-0{,}014245[A])\right)\right][V]$$

Para expresar V_{th} se utilizarán solo tres cifras decimales en el caso anteriormente mencionado se tomaron más cantidad de decimales por efectos de que el número era muy pequeño, teniendo en cuenta que también se pudo utilizar la notación científica.

$$V_{th} = -68{,}803\ [V]$$

Una vez se ha encontrado V_{th} el siguiente paso es encontrar la R_{th}, existen dos métodos para encontrar R_{th} cuando se tienen fuentes dependientes en el circuito, estos métodos son:

1) Encontrar la corriente de Norton y aplicando la ley de ohm de terminar R_{th}

$$V_{th} = I_N * R_{th} \quad \rightarrow \quad R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N}$$

2) Inactivar las fuentes independientes del circuito e ingresar una fuente independiente externa que puede ser de tensión o corriente, para determinar R_{th} aplicando la Ley de Ohm

$$V_{ext} = I_{ext} * R_{th} \quad \rightarrow \quad R_{th} = \frac{V_{ext}}{I_{ext}}$$

Para este caso en específico se resolverá el problema utilizando el primer método, pero cabe resaltar que aplicando cualquiera de los dos métodos el resultado será exactamente el mismo.

Para calcular la corriente de Norton es necesario generar un cortocircuito entre los terminales a-b y determinar la corriente que circula desde el terminal a hacia el terminal b, tal como se muestra en el circuito de la Figura 13.

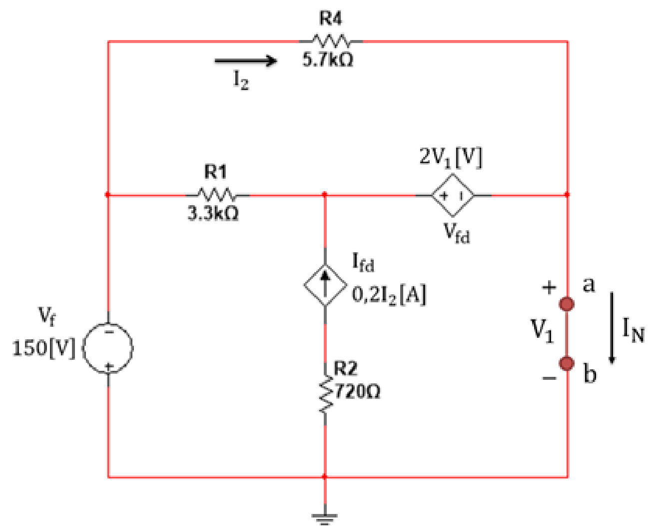


Figura 13. Circuito-Segundo Punto-Corriente de Norton

Notar que nuevamente se ha definido el valor de la fuente dependiente en términos de V_1, esto se hace dado que como se pudo ver anteriormente R_{th} se calcula con la tensión V_{th}, y dado que se ha cortocircuitado los terminales a-b se podría pensar que V_{th} es cero, y se debe recordar que el valor de V_{th} ya fue calculado y no es cero.

Para el cálculo de I_N se aplicará la técnica de análisis de mallas, para ello se procede a asignar un sentido arbitrario a las corrientes de malla en el circuito mostrado en la Figura 13, para efectos de este documento el sentido arbitrario asignado será dibujar las corrientes de malla en el sentido de las manecillas del reloj tal como se muestra a continuación.

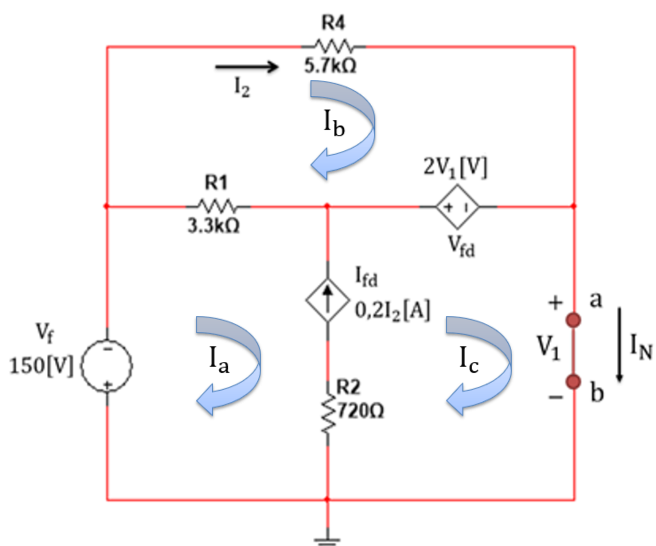


Figura 14. Circuito-Segundo Punto-Solución Para la Corriente de Norton

Una vez asignados los sentidos a las corrientes de malla en el circuito, el siguiente paso será identificar cuantas fuentes de corriente sean dependientes o independientes tiene el circuito y cuáles de ellas se encuentran en la periferia, es decir son atravesadas por una sola corriente de malla.

Teniendo en cuenta que el circuito cuenta con una sola fuente de corriente dependiente, y que esta no se encuentra en la periferia, pues es atravesada por las corrientes I_a e I_c, teniendo en cuenta esto se procede a realizar el análisis de la misma como se muestra a continuación.

$$I_{fd} = I_c - I_a$$

La diferencia entre las corrientes I_c *e* I_a, responde a que la corriente I_c va en el mismo sentido de la corriente de la fuente, y la corriente I_a va en el sentido contrario.

Teniendo en cuenta que $I_{fd} = 0{,}2I_2$, se debe recordar que el sistema de ecuaciones a resolver se construir con las corrientes de malla, por lo tanto, es necesario expresar la corriente I_2 en función de las corrientes de malla.

$$I_2 = I_b$$

Por lo tanto, podemos utilizar este resultado para construir la primera ecuación del sistema de ecuaciones lineales

$$I_{fd} = I_c - I_a \quad \rightarrow \quad 0{,}2I_2 = I_c - I_a \quad \rightarrow \quad 0{,}2I_b = I_c - I_a$$

Ahora organizamos la ecuación en orden alfabético para darle una mejor presentación.

$$I_a + 0{,}2I_b - I_c = 0 \qquad (1)$$

Una vez se han analizado las fuentes de corrientes del circuito, se deben analizar las mallas y lazos para obtener las dos ecuaciones restantes para construir el sistema de ecuaciones lineales, y para ellos se aplica la Ley de Tensiones de Kirchhoff (LTK)

Se analiza el lazo externo a I_a e I_c mediante una Ley de Tensiones de Kirchhoff (LTK) $\rightarrow \sum V = 0$

Convención: el lazo externo será recorrido en el sentido de las manecillas del reloj.

$$V_{R_1} + V_{f_d} + V_1 + V_f = 0$$

Donde

$$V_{R_1} = [R_1 * (I_a - I_b)]\ [V] \qquad V_{fd} = 2V_1$$

Ahora se sustituyen los valores numéricos del problema para simplificar las expresiones

$R_1 = 3{,}3[k\Omega] \qquad V_f = 150[V]$

$$V_{R_1} + V_{f_d} + V_1 + V_f = 0 \;\rightarrow\; [(3{,}3x10^3) * (I_a - I_b)][V] + 2V_1[V] + V_1[V] + 150[V] = 0$$

Teniendo en cuenta que se ha cortocircuitado los terminales a-b, la tensión V_1 es igual a cero voltios, por lo tanto, utilizamos este resultado para simplificar la ecuación

$$[(3{,}3x10^3) * (I_a - I_b)][V] + 2(0[V]) + 0[V] + 150[V] = 0 \;\rightarrow\; (3{,}3x10^3) * (I_a) - (3{,}3x10^3) * (I_b) + 150 = 0$$

$$3{,}3x10^3 I_a - 3{,}3x10^3 I_b = -150 \qquad (2)$$

Se analiza la malla I_b mediante una Ley de Tensiones de Kirchhoff (LTK) $\rightarrow \sum V = 0$

Convención: la malla I_b será recorrida en el sentido de las manecillas del reloj.

Antes de iniciar a recorrer la malla, se debe elegir un punto de partida, y dado que se aplicará una LTK este punto también será el punto de llegada para cumplir con la teoría.

$$V_{R_4} - V_{fd} + V_{R_1} = 0$$

Cabe destacar que la elección del punto de partida también es arbitraria, y por ende esta no afectara el resultado final obtenido.

Dado que las incógnitas del problema son corrientes de malla es necesario transformar las tensiones en términos de las corrientes de malla y la resistencia asociada.

Nota importante: es importante tener en cuenta que, al momento de transformar las tensiones en función de las corrientes de malla y su resistencia asociada, si la resistencia es atravesada por dos corrientes de malla, siempre va a prevalecer la corriente de la malla que se está analizando

Por lo tanto, se tiene que:

$$V_{R_1} = [R_1 * (I_b - I_a)]\,[V] \qquad V_{R_4} = [R_4 * (I_b)]\,[V] \qquad V_{fd} = 2V_1[V]$$

$$V_{R_4} - V_{fd} + V_{R_1} = 0 \quad \rightarrow \quad [R_4 * (I_b)]\,[V] - 2V_1[V] + [R_1 * (I_b - I_a)]\,[V] = 0$$

Ahora se sustituyen los valores numéricos del problema para simplificar las expresiones

$V_1 = 0[V] \qquad R_1 = 3{,}3[k\Omega] \qquad R_4 = 5{,}7[k\Omega]$

$$[(5{,}7x10^3) * (I_b)]\,[V] - 2(0)[V] + [(3{,}3x10^3) * (I_b - I_a)]\,[V] = 0$$

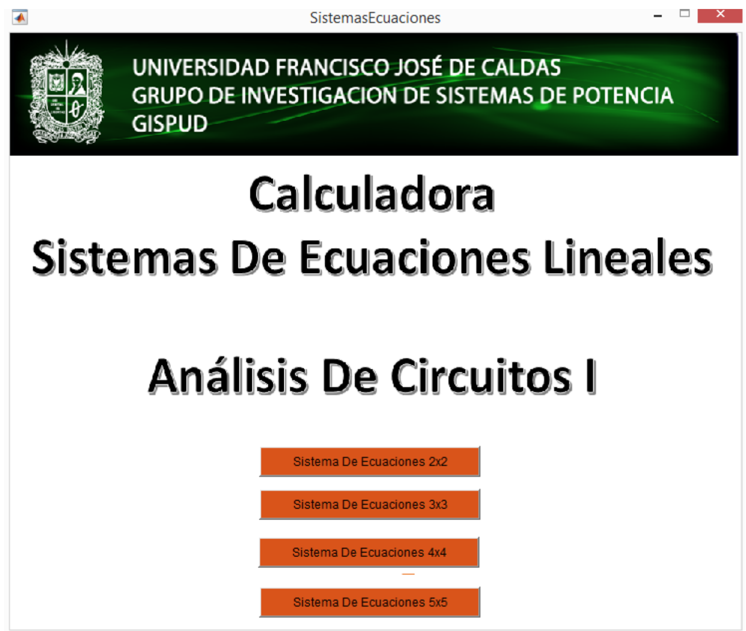
Ahora organizamos la ecuación en orden alfabético para darle una mejor presentación, pero antes realizamos las operaciones necesarias.

$$(-3{,}3x10^3) * (I_a) + (5{,}7x10^3 + 3{,}3x10^3) * (I_b) = 0$$

$$-3{,}3x10^3 I_a + 9x10^3 I_b = 0 \qquad (3)$$

Una vez encontradas las ecuaciones que conforman un Sistema de Ecuaciones de 3x3, este se resolverá con la ayuda de un software, para efectos de este documento el programa que se utilizará será Matlab con un ejecutable diseñado por el grupo de Investigación en Sistemas de Potencia GISPUD.

$$\text{Sistema de Ecuaciones Lineales 3x3} \quad \rightarrow \quad \left\{\begin{matrix} I_a + 0{,}2I_b - I_c = 0 \\ 3{,}3x10^3 I_a - 3{,}3x10^3 I_b = -150 \\ -3{,}3x10^3 I_a + 9x10^3 I_b = 0 \end{matrix}\right\}$$



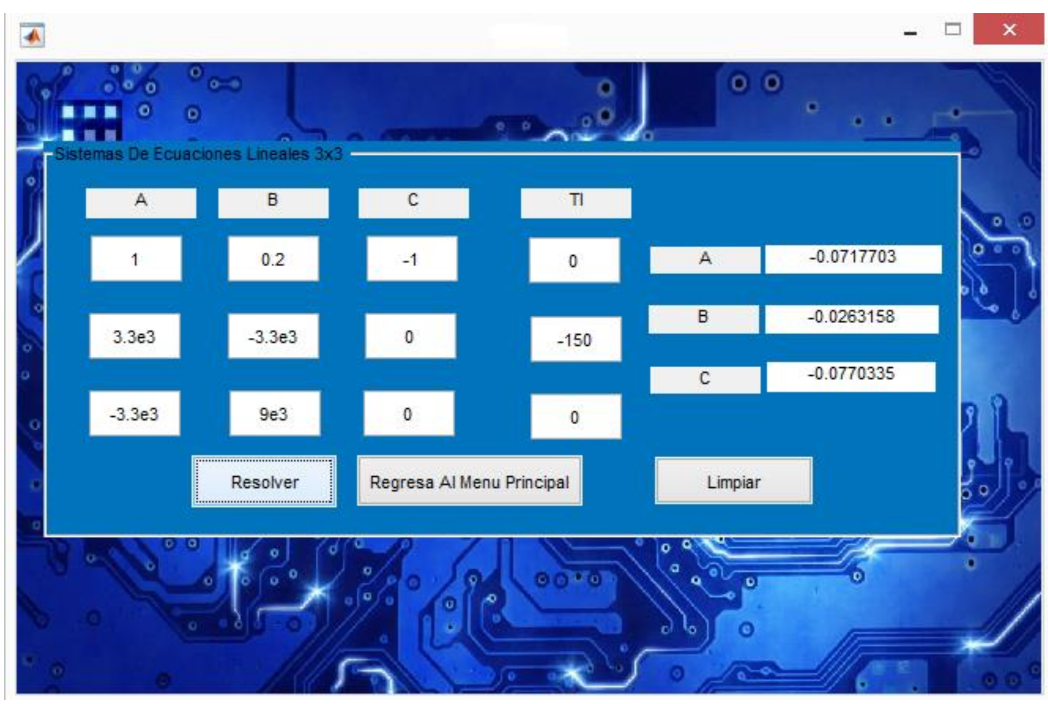


Figura 15. Solución Del Sistema de Ecuaciones Lineales en Matlab (In)

Por lo tanto, los valores obtenidos para las corrientes de malla con 6 cifras decimales son los siguientes

$$\mathrm{I_a} = -0{,}071770[\mathrm{A}] \qquad \mathrm{I_b} = -0{,}026316[\mathrm{A}] \qquad \mathrm{I_c} = -0{,}077034[\mathrm{A}]$$

Ahora analizando el circuito de la Figura 14, se puede observar que: $\mathrm{I_c} = \mathrm{I_N}$

Por lo tanto, el valor de $\mathrm{I_N} = -0{,}077034[\mathrm{A}]$

Ahora aplicando la Ley de ohm se determina el valor de $\mathrm{R_{th}}$ como se muestra a continuación

$$\mathrm{V_{th}} = \mathrm{I_N} * \mathrm{R_{th}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R_{th}} = \frac{\mathrm{V_{th}}}{\mathrm{I_N}}$$

Donde

$\mathrm{V_{th}} = -68{,}803[\mathrm{V}]$ $\quad \mathrm{I_N} = -0{,}077034[\mathrm{A}]$

$$\mathrm{R_{th}} = \frac{\mathrm{V_{th}}}{\mathrm{I_N}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R_{th}} = \frac{(-68{,}803[\mathrm{V}])}{(-0{,}077034[\mathrm{A}])} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R_{th}} = 893{,}162[\Omega]$$

Una vez se han obtenido las dos variables necesarias para construir un Equivalente de Thevenin, se muestra a continuación el Circuito Equivalente de Thevenin.

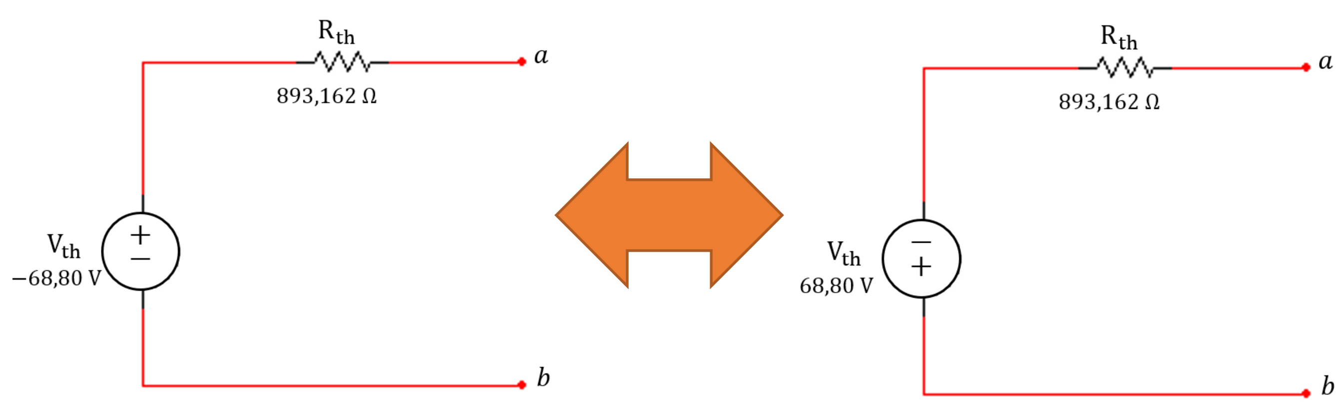


Figura 16. Segundo Punto-Equivalente de Thevenin

Como se puede apreciar en la Figura 16, se ha presentado el Equivalente de Thevenin de dos formas, esto es porque normalmente se define la tensión en una fuente con un valor positivo, y para ello simplemente se cambia la polaridad de la fuente y el signo en el valor de la misma.

Ahora para responder al literal a del problema propuesto es necesario conectar nuevamente la resistencia Rx, teniendo en cuenta que para que el circuito les transfiera la máxima potencia se debe cumplir que:

$$R_x = R_{th}$$

Y a este concepto lo denominamos **Máxima Transferencia de Potencia**

Por lo tanto, el valor de Rx que consume la máxima potencia es R_x=893,162[Ω]

Ahora el objetivo es determinar cual es la reducción de la potencia que consume Rx, si su valor aumenta al doble del valor inicialmente encontrado.

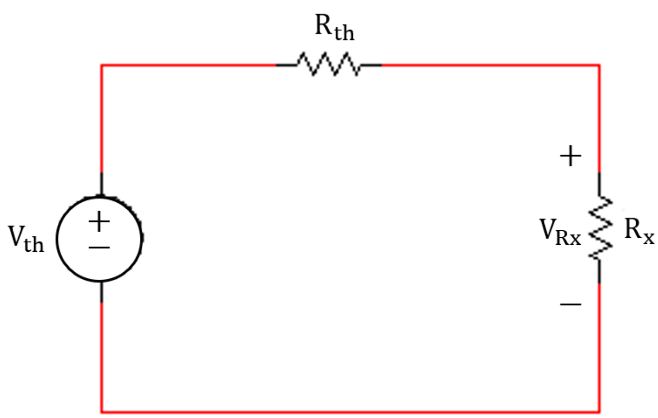


Figura 17. Segundo Punto-Solución Literal b

Para el cálculo de la potencia en Rx es necesario determinar previamente V_{Rx}, y para ello se resolverá el circuito aplicando un divisor de tensión en la resistencia Rx

$$V_{Rx} = \left[V_{th} * \left(\frac{R_x}{R_x + R_{th}}\right)\right] [V]$$

Teniendo en cuenta que para que se transfiera la máxima potencia

$$R_x = R_{th}$$

$$V_{Rx} = \left[V_{th} * \left(\frac{R_{th}}{R_{th} + R_{th}}\right)\right][V] \quad \rightarrow \quad V_{Rx} = \left[V_{th} * \left(\frac{R_{th}}{2R_{th}}\right)\right][V]$$

Donde:

$V_{th} = -68{,}803[V] \quad R_{th} = 893{,}162[\Omega]$

$$V_{Rx} = V_{th} * \left(\frac{R_{th}}{2R_{th}}\right) \rightarrow V_{Rx} = (-68{,}803[V]) * \left(\frac{(893{,}162[\Omega])}{2(893{,}162[\Omega])}\right) \rightarrow V_{Rx} = -34{,}400[V]$$

Una vez encontrada la tensión V_{Rx} se procede a calcular la potencia en Rx aplicando la siguiente formula

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \rightarrow \quad P_{Rx} = \frac{(V_{Rx})^2}{R_x}$$

Donde

$V_{Rx} = -34{,}400[V] \quad R_x = R_{th} = 893{,}162[\Omega]$

$$P_{Rx} = \frac{(-34{,}400[V])^2}{(893{,}162[\Omega])} \rightarrow P_{Rx} = 1{,}325[W]$$

Ahora si $R_x = 2R_x$, se calcula la tensión

Sabiendo que $R_x = R_{th}$

$$V_{2Rx} = \left[V_{th} * \left(\frac{2R_{th}}{R_{th} + 2R_{th}}\right)\right][V] \rightarrow V_{2Rx} = \left[V_{th} * \left(\frac{2R_{th}}{3R_{th}}\right)\right][V]$$

Donde:

$V_{th} = -68{,}803[V] \quad R_{th} = 893{,}162[\Omega]$

$$V_{2Rx} = \left[V_{th} * \left(\frac{2R_{th}}{3R_{th}}\right)\right][V] \;\rightarrow\; V_{2Rx} = \left[(-68{,}803[V]) * \left(\frac{2(893{,}162[\Omega])}{3(893{,}162[\Omega])}\right)\right] \;\rightarrow\; V_{2Rx} = -45{,}869[V]$$

Una vez encontrada la tensión V_{2Rx} se procede a calcular la potencia en 2Rx aplicando la siguiente formula

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \rightarrow \quad P_{2Rx} = \frac{(V_{2Rx})^2}{2R_x}$$

Donde

$V_{2Rx} = -45{,}869[V] \quad R_x = R_{th} = 893{,}162[\Omega]$

$$P_{2Rx} = \frac{(-45{,}869[V]\,)^2}{2(893{,}162[\Omega])} \;\rightarrow\; P_{2Rx} = 1{,}178[W]$$

Como se puede observar los resultados muestran que efectivamente hay una reducción en la potencia, y ahora se vera de que porcentaje se habla.

$$\text{Potencia en Reducción} = 1{,}325[W] - 1{,}178[W] = 0{,}147[W]$$

$$1{,}325[W] \;\rightarrow\; 100\%$$

$$0{,}147[W] \;\rightarrow\; x$$

$$x = \frac{(0{,}147) * (100\%)}{1{,}325} \;\rightarrow\; x = 0{,}1109 \;\rightarrow\; x = 11{,}09\%$$

La potencia tuvo una reducción en un 11,09% con respecto al valor de potencia en Rx

Los resultados obtenidos manualmente para dar solución al problema propuesto pueden ser igualmente verificados mediante una simulación en un software capaz de simular circuitos en corriente continua, para efectos de las soluciones que se proponen en este documento el simulador que se utilizara es Multisim 12.

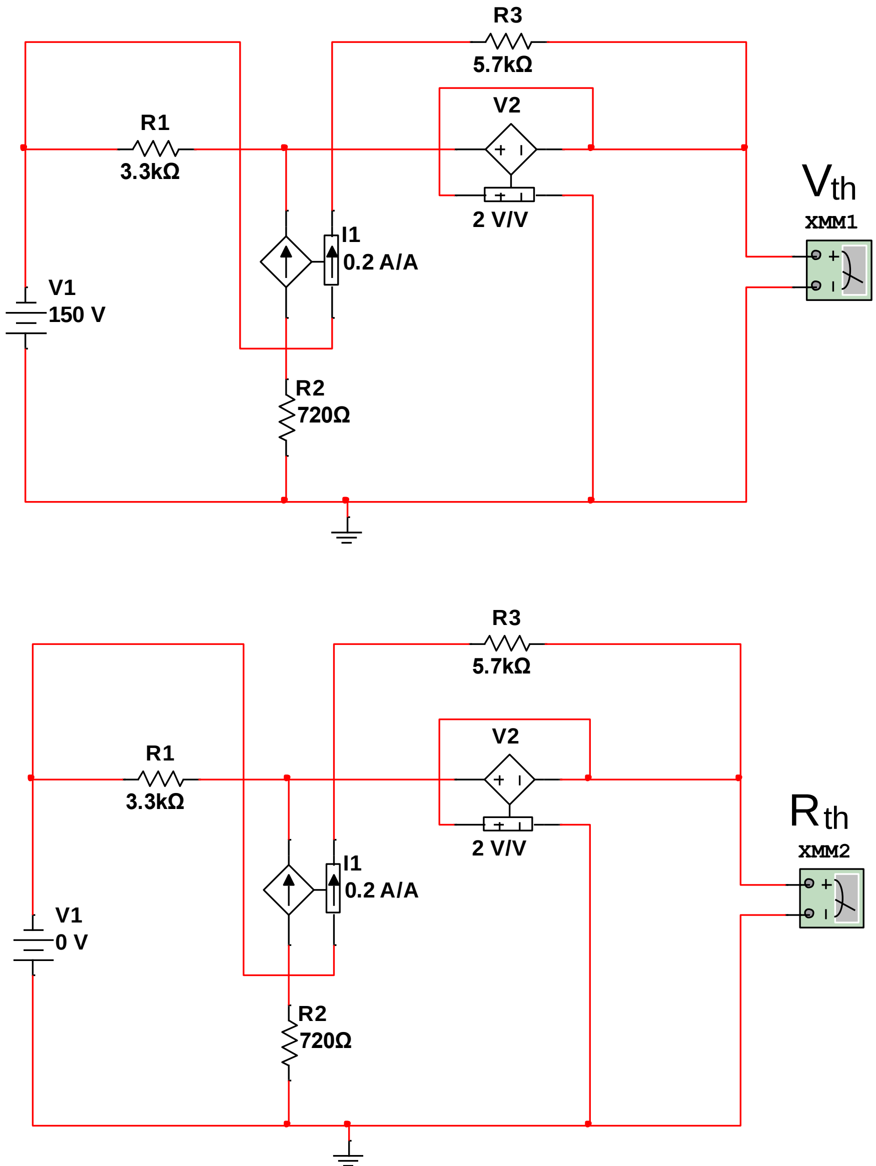
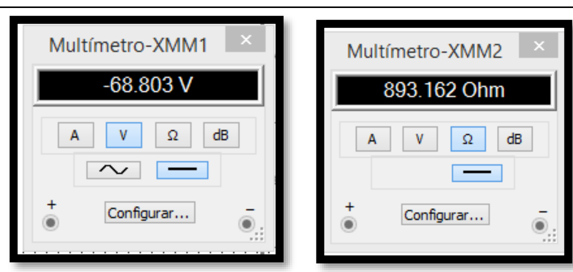


Ilustración 3. Lectura de V_{th} , R_{th} en Multisim 12



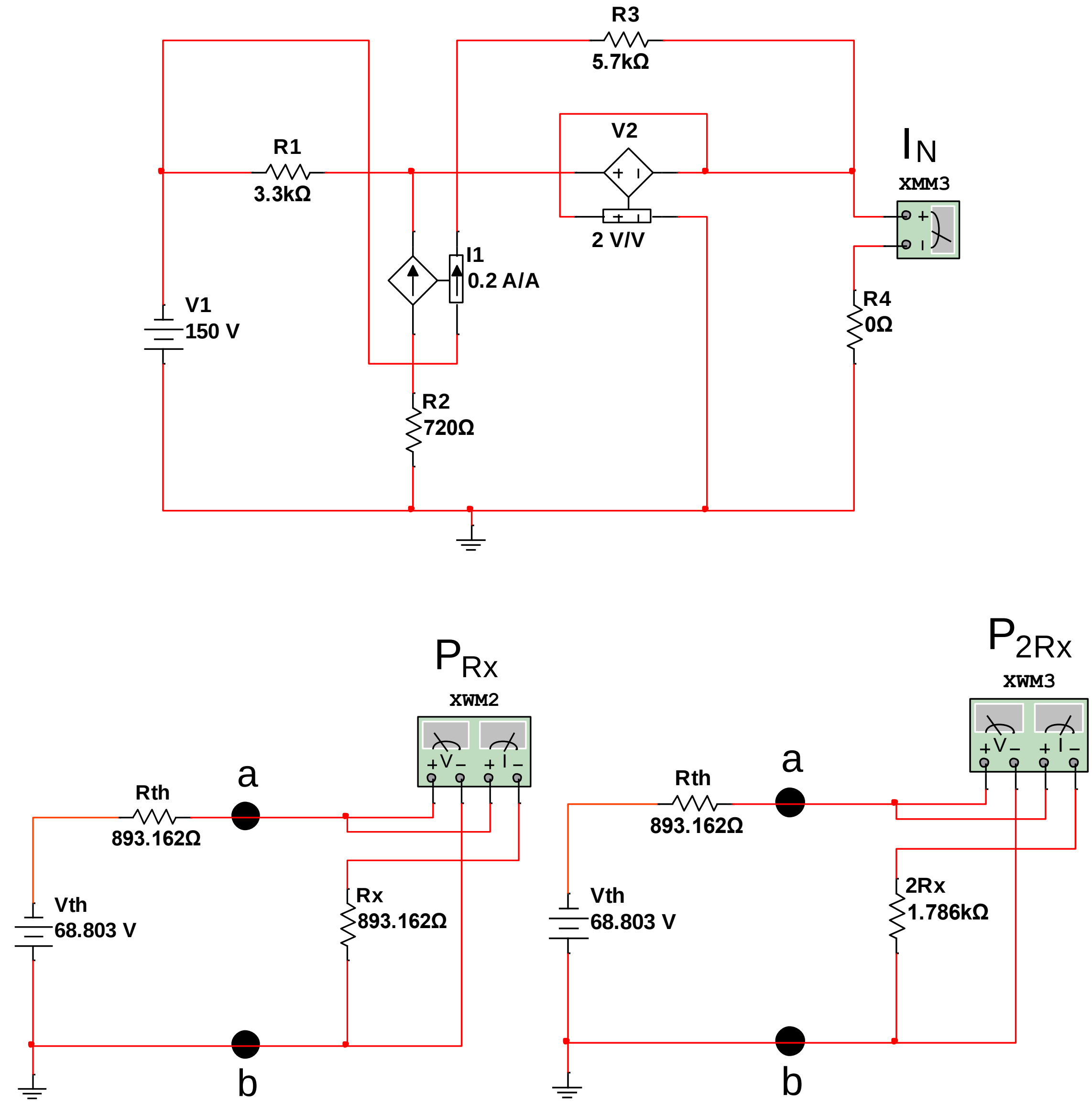
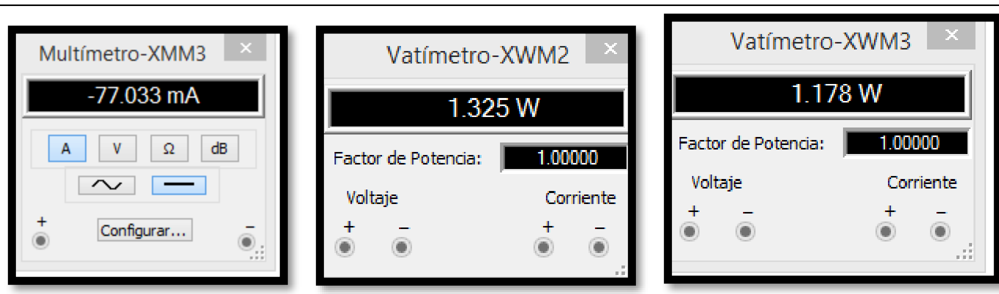


Ilustración 4. Lectura de I_N , P_{Rx} y P_{2Rx} en Multisim 12



Nota importante

Debemos tener en cuenta que las simulaciones realizadas en Multisim 12 involucran equipos de medidas ideales, es decir Voltímetros con Resistencias Infinitas y Amperímetros con Resistencias Cero, esto con el fin de que las resistencias internas de estos equipos no afecten la medida, y por ende obtener resultados iguales a los obtenidos en el desarrollo analítico.

Solución Punto de Transformación de Fuentes y Equivalente de Norton

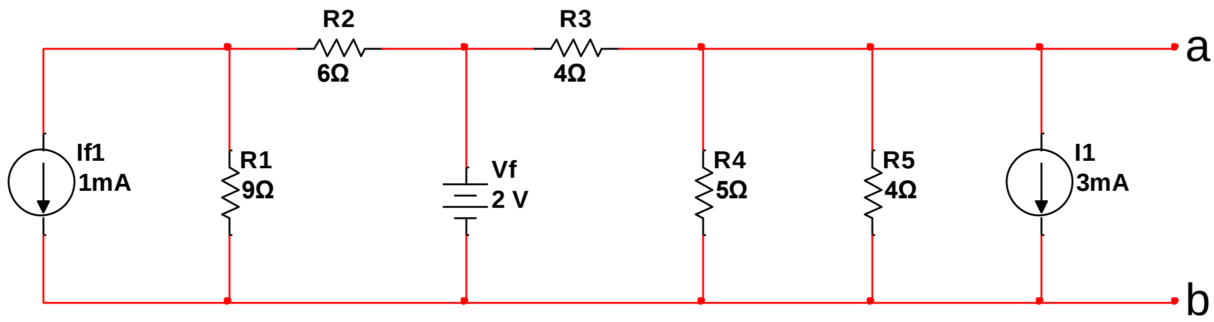


Figura 18. Circuito Tercer Punto

El problema pide que se obtenga un circuito equivalente con una fuente de corriente en paralelo con una resistencia, y para lo cual sugiere el método de Transformación de fuentes prácticas, recordar que el circuito equivalente es visto desde las terminales a-b, para ello las transformaciones se deben hacer de izquierda a derecha.

Antes de comenzar a realizar las transformaciones pertinentes se sugiere realizar una marcación de los Nodos en el circuito, tal como se muestra en la Figura 19.

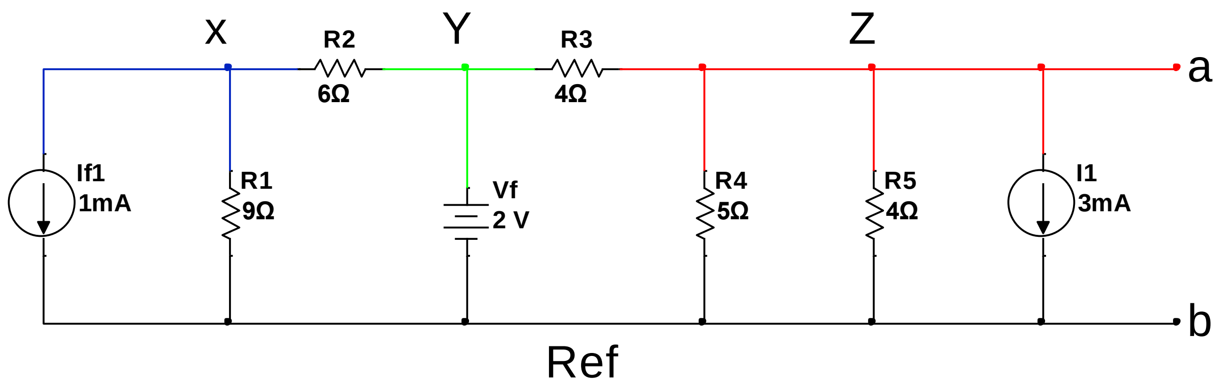


Figura 19. Circuito Tercer Punto-Marcación de los Nodos

La primera transformación que se puede realizar es la correspondiente a la fuente de corriente I_{f1} en paralelo con la resistencia R_1, y el procedimiento a seguir se presenta a continuación

$$V_1 = I_{f1} * R_1 \quad \rightarrow \quad V_1 = (1[mA]) * (9[\Omega]) \quad \rightarrow \quad V_1 = 9[mV]$$

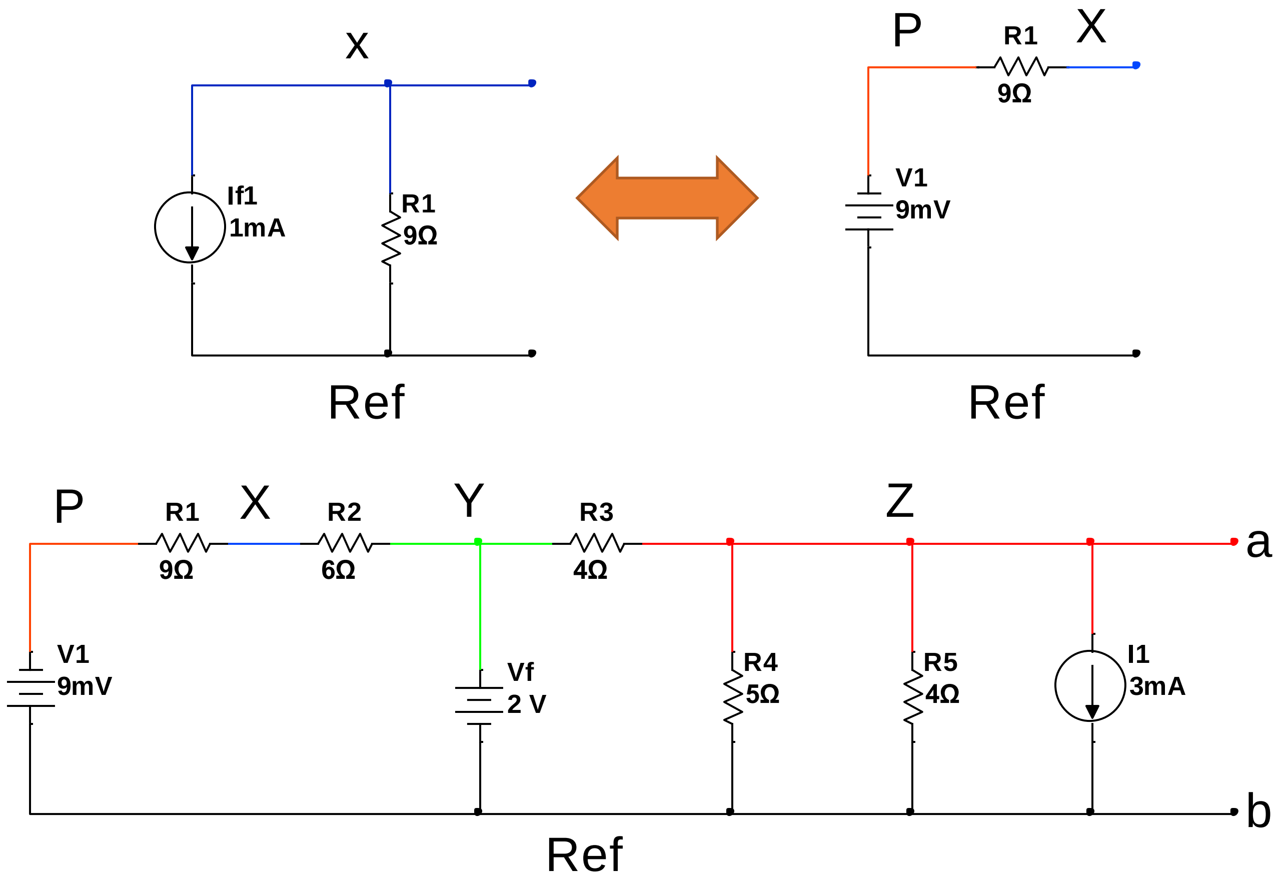


Figura 20. Circuito Tercer Punto-Primera Transformación

Antes de realizar otra transformación de fuentes es necesario que se simplifiquen algunos elementos como resistencias ubicadas en paralelo o serie, y en el circuito de la Figura 20, se pueden observar dos posibles reducciones de resistencias, las cuales corresponden a la serie de R1 y R2, y el paralelo de R4 y R5.

Se puede observar que R1 se encuentra en serie con R2, pues por ellas circula la misma corriente.

$$R_{eq1} = R_1 --R_2 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (--) \textbf{ Indica elementos conectados en serie}\text{"}$$

$$R_{eq1} = R_1 + R_2$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq1}

$R_1 = 9[\Omega]$ y $R_2 = 6[\Omega]$

$$R_{eq1} = R_1 + R_2 \quad \rightarrow \quad R_{eq1} = 9[\Omega] + 6[\Omega] \quad \rightarrow \quad R_{eq1} = 15[\Omega]$$

Ahora se puede observar realizar la reducción de las resistencias R4 y R5 las cuales se encuentran conectadas en paralelo, dado que están conectadas al mismo par de nodos (Nodos Z y Ref.).

$$R_{eq2} = R_4 || R_5 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde (||) Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

$$R_{eq2} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq1}

$R_4 = 5[k\Omega]$ y $R_5 = 4[k\Omega]$

$$R_{eq2} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} \quad \rightarrow \quad R_{eq2} = \frac{(5[k\Omega]) * (4[k\Omega])}{(5[k\Omega]) + (4[k\Omega])} \quad \rightarrow \quad R_{eq2} = \frac{20}{9}[\Omega] \approx 2{,}222[\Omega]$$

Una vez calculados los valores de $R_{eq1} = 15[\Omega]$ y $R_{eq2} = 2{,}222[\Omega]$ se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dichas reducciones.

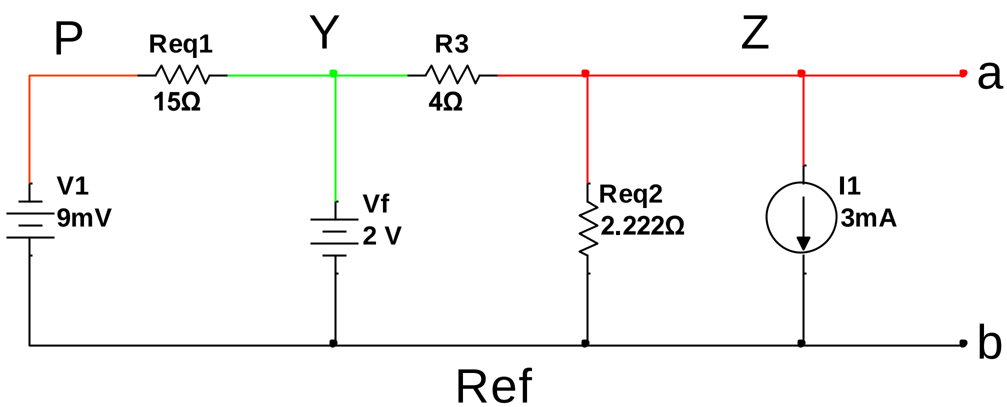


Figura 21. Circuito Tercer Punto-Segunda Transformación

Como se puede observar en el circuito de la Figura 20, es imposible seguir realizando transformaciones de fuentes, pues no hay ninguna otra transformación posible, dada la ubicación de los elementos en el circuito, esto no quiere decir que no se pueda obtener un circuito equivalente de una fuente de corriente con una resistencia en paralelo, pero para obtenerlo será necesario aplicar un Equivalente de Norton visto desde las terminales a-b, tal como se verá a continuación.

Se debe recordar que para obtener un Equivalente de Norton son necesarias dos variables I_N y R_N, para las cuales existen distintos métodos para calcularlas.

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente se procederá a calcular la corriente de Norton, para ello se debe realizar un cortocircuito entre los terminales a-b tal como se muestra en el circuito de la Figura 22

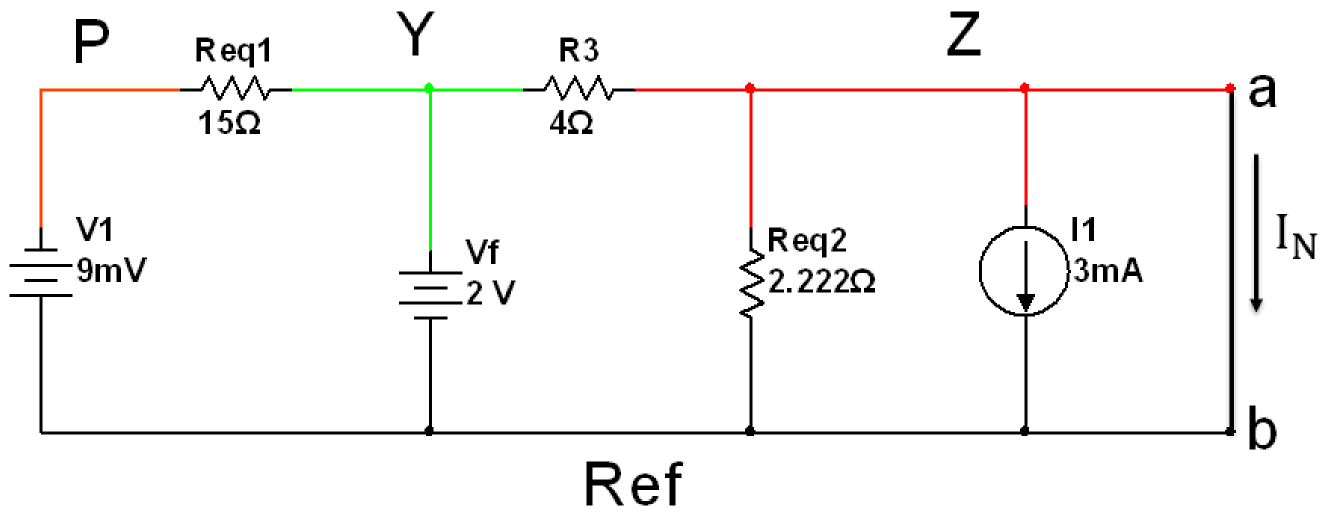


Figura 22. Circuito Tercer Punto-Corriente de Norton

Para este caso en particular el calculo de la corriente de Norton se hará aplicando la técnica de análisis de mallas, pero antes de aplicar el método de mallas es necesario simplificar el circuito para reducir el numero de incógnitas del problema, y para ello en el circuito de la Figura 22, se puede observar que Req2 esta en paralelo con un cortocircuito, por lo tanto, esta resistencia puede ser retirada del circuito sin que esto afecte la solución del mismo tal como se verá a continuación.

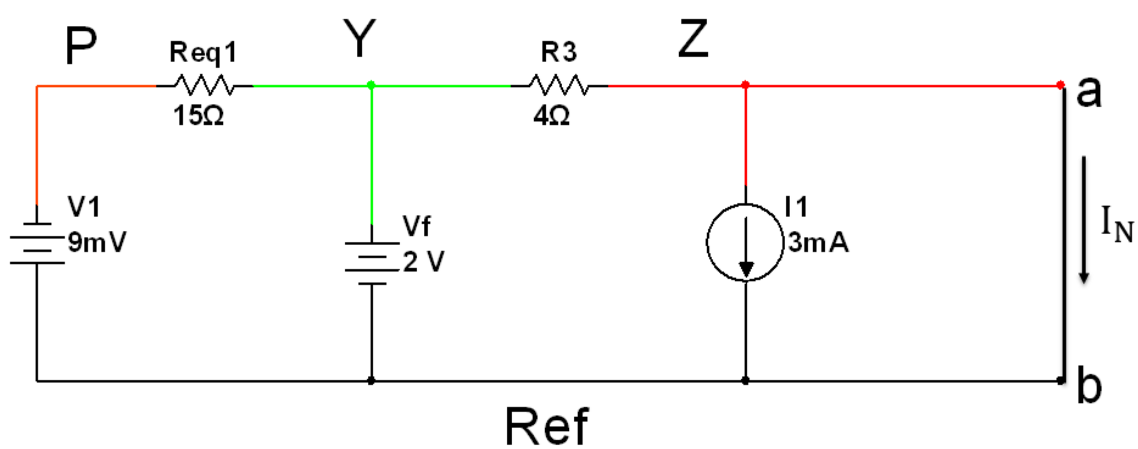


Figura 23. Circuito Tercer Punto-Corriente de Norton (Reescrito)

Tal como se dijo anteriormente para el cálculo de I_N se aplicará la técnica de análisis de mallas, para ello se procede a asignar un sentido arbitrario a las corrientes de malla en el circuito mostrado en la Figura 23, para efectos de este documento el sentido arbitrario asignado será dibujar las corrientes de malla en el sentido de las manecillas del reloj tal como se muestra a continuación.

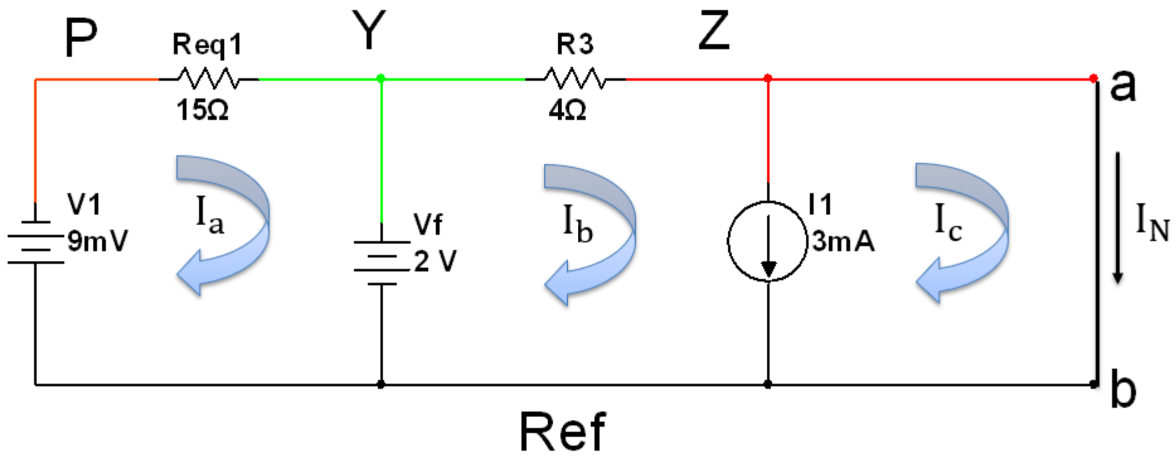


Figura 23. Circuito Tercer Punto-Solución Para Corriente de Norton (Reescrito)

Una vez asignados los sentidos a las corrientes de malla en el circuito, el siguiente paso será identificar cuantas fuentes de corriente sean dependientes o independientes tiene el circuito y cuáles de ellas se encuentran en la periferia, es decir son atravesadas por una sola corriente de malla.

Teniendo en cuenta que el circuito cuenta con una sola fuente de corriente independiente, y que esta no se encuentra en la periferia, pues es atravesada por las corrientes I_b e I_c, teniendo en cuenta esto se procede a realizar el análisis de la misma como se muestra a continuación.

$$I_1 = I_b - I_c$$

La diferencia entre las corrientes I_b *e* I_c, responde a que la corriente I_b va en el mismo sentido de la corriente de la fuente, y la corriente I_c va en el sentido contrario.

Ahora sabiendo que $I_1 = 3[\mathrm{mA}]$, reemplazamos este valor en la ecuación y la organizamos de forma alfabética para darle una mejor presentación.

$$I_b - I_c = 3x10^{-3} \qquad (1)$$

Una vez se han analizado las fuentes de corrientes del circuito, se deben analizar las mallas y lazos para obtener las dos ecuaciones restantes para construir el sistema de ecuaciones lineales, y para ellos se aplica la Ley de Tensiones de Kirchhoff (LTK)

Se analiza el lazo externo a I_b e I_c mediante una Ley de Tensiones de Kirchhoff (LTK) $\rightarrow \sum V = 0$

Convención: el lazo externo será recorrido en el sentido de las manecillas del reloj.

$$V_{R_3} - V_f = 0$$

Donde

$$V_{R_3} = [R_3 * (I_b)]\ [V]$$

Ahora se sustituyen los valores numéricos del problema para simplificar las expresiones

$R_1 = 4[\Omega]$ $\quad V_f = 2[V]$

$$V_{R_3} - V_f \rightarrow 4I_b - 2 = 0 \rightarrow 4I_b = 2 \rightarrow I_b = \frac{2}{4} \rightarrow I_b = \frac{1}{2}[A]$$

Teniendo en cuenta que ya se conoce el valor de I_b, se puede utilizar este resultado para obtener el valor de I_c, que si analizamos el circuito es la variable que necesitamos dado que $I_c = I_N$

En la ecuación (1) se va a reemplazar el valor de $I_b = \frac{1}{2}[A]$, para obtener el valor de I_c

$$I_b - I_c = 3x10^{-3} \qquad (1)$$

$$I_b - I_c = 3x10^{-3} \rightarrow \frac{1}{2} - I_c = 3x10^{-3} \rightarrow I_c = \frac{1}{2} - 3x10^{-3} \rightarrow I_c = 497[mA]$$

Sabiendo que $I_c = I_N$

$$I_N = 497[mA]$$

Una vez obtenida la corriente de Norton, el siguiente paso es determinar la resistencia de Norton, la cual se obtiene inactivando las fuentes independientes del circuito y calculando la resistencia equivalente vista desde los terminales a-b

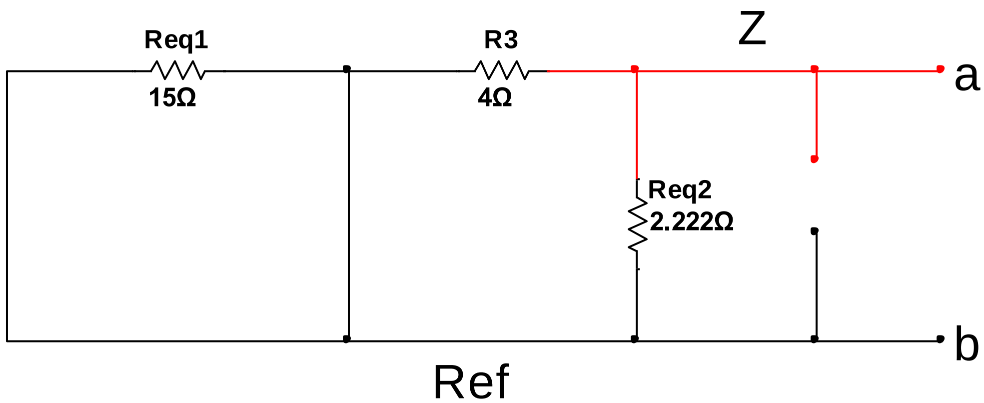


Figura 24. Circuito Tercer Punto- Resistencia de Norton

Como se puede observar en el circuito de la Figura 24, ya se han inactivado las fuentes independientes, ahora se debe determinar la resistencia equivalente vista desde los terminales a-b, pero para ello se va a reescribir una vez más el circuito para ayudar a que el calculo de la resistencia equivalente sea aún más sencillo.

Para ello como se puede observar Req1 esta en paralelo con un cortocircuito, por lo tanto, esta puede ser retirada sin que afecta la solución del mismo, además se van a reescribir los elementos R3 y Req2, tal como se muestra en el circuito de la Figura 25.

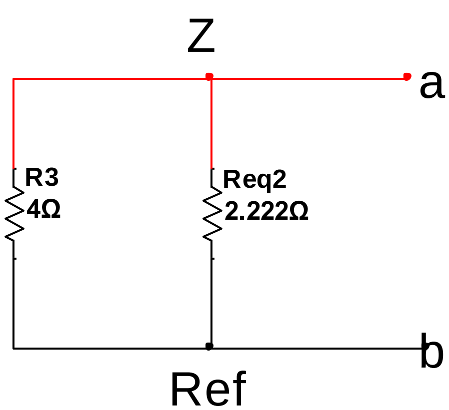


Figura 25. Circuito Tercer Punto- Resistencia de Norton (Reescrito)

Como se puede observar en el circuito de la Figura 25, la resistencia equivalente vista desde los terminales a-b no es mas que el paralelo de las resistencias R3 y Req2, pues estas se encuentran conectadas al mismo par de nodos (Nodos Z y Ref)

$$R_{a-b} = R_3 || R_{eq2} \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

$$R_{a-b} = \frac{R_3 * R_{eq2}}{R_3 + R_{eq2}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{a-b}

$R_3 = 4[\Omega]$ y $R_{eq2} = 2{,}222[\Omega]$

$$R_{a-b} = \frac{R_3 * R_{eq2}}{R_3 + R_{eq2}} \quad \rightarrow \quad R_{a-b} = \frac{(4[\Omega]) * (2{,}222[\Omega])}{(4[\Omega]) + (2{,}222[k\Omega])} \quad \rightarrow \quad R_{a-b} = \frac{4444}{3111}[\Omega] \approx 1{,}428[\Omega]$$

Teniendo en cuenta que $R_{a-b} = R_N$

$$R_N = 1{,}428[\Omega]$$

Cuando ya se han calculado tanto la corriente de Norton como la resistencia de Norton el siguiente paso simplemente es construir el equivalente de Norton, el cual se construye con una fuente de corriente en paralelo con una resistencia tal como se muestra a continuación.

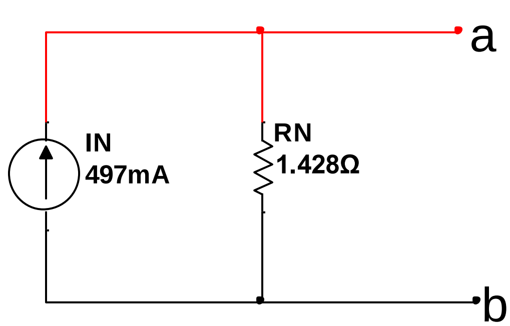


Figura 26. Equivalente de Norton

Se debe recordar que el objetivo del problema era encontrar un circuito equivalente de una fuente de corriente en paralelo con una resistencia, por lo cual se ha dado solución al problema propuesto

Los resultados obtenidos manualmente para dar solución al problema propuesto pueden ser igualmente verificados mediante una simulación en un software capaz de simular circuitos en corriente continua, para efectos de las soluciones que se proponen en este documento el simulador que se utilizara es Multisim 12.

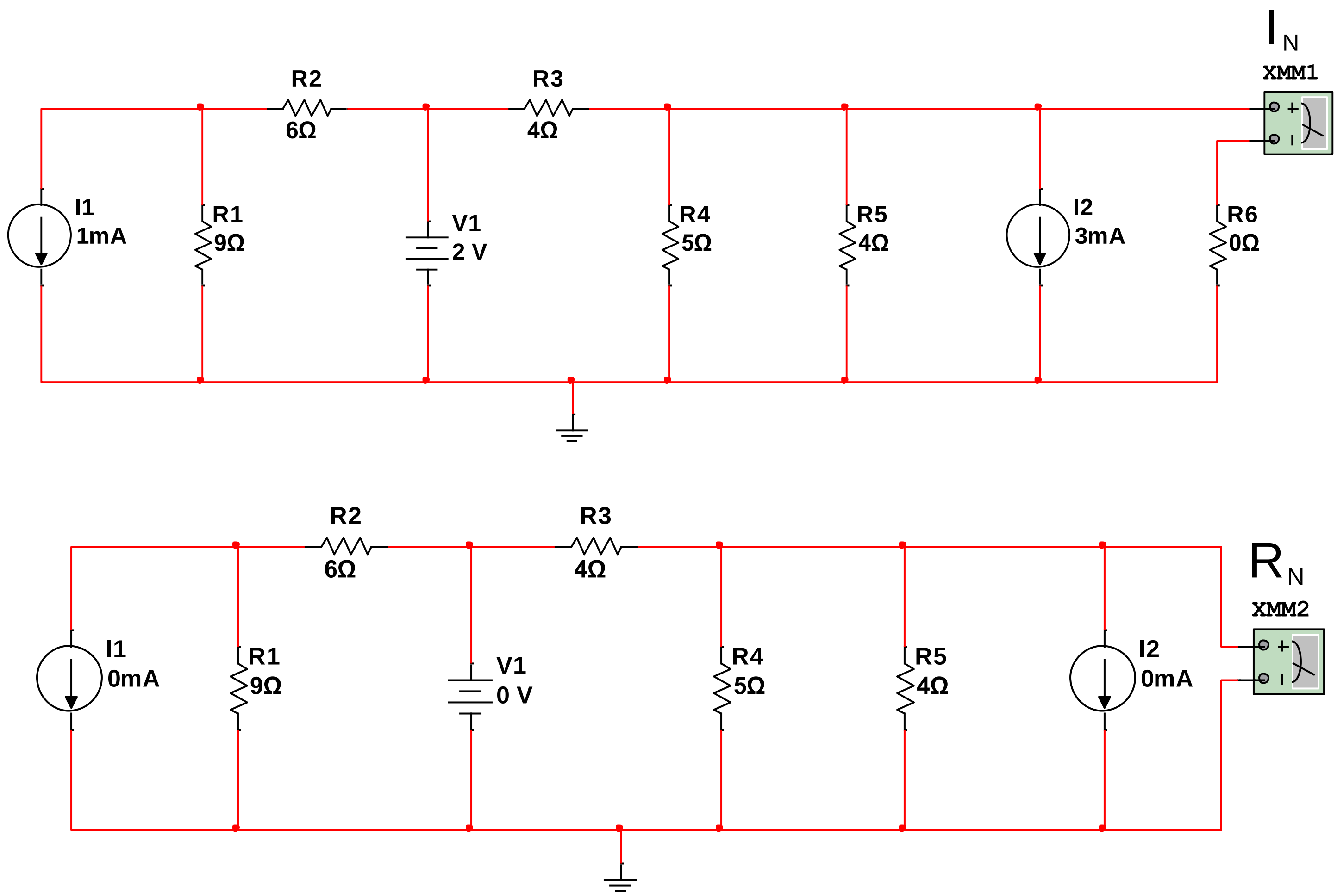
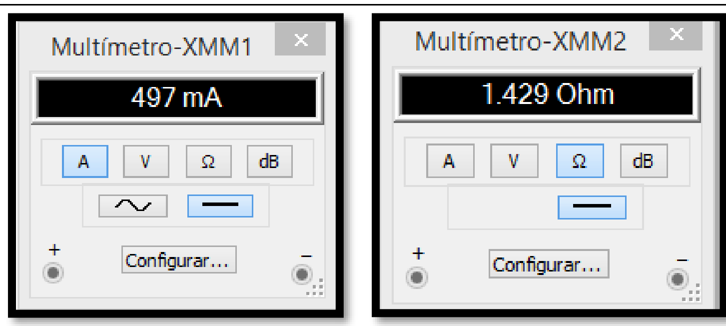


Figura 27. Lectura de I_N y R_N en Multisim 12



Nota importante

Debemos tener en cuenta que las simulaciones realizadas en Multisim 12 involucran equipos de medidas ideales, es decir Voltímetros con Resistencias Infinitas y Amperímetros con Resistencias Cero, esto con el fin de que las resistencias internas de estos equipos no afecten la medida, y por ende obtener resultados iguales a los obtenidos en el desarrollo analítico.